

¿Qué es la Matemática Discreta?

continuo

discreto

o o o o o o

La Matemática discreta trata:
números enteros, conjuntos finitos, objetos
geométricos discretos, ...

1

...¿Qué es la Matemática Discreta?

En matemática, *discreto* significa separado
y distinto, es lo opuesto a continuo.

La **matemática discreta** estudia las
estructuras discretas, tales como los
conjuntos finitos, los números enteros
y los grafos.

2

...¿Qué es la Matemática Discreta?

La **matemática discreta** estudia estructuras
cuyos elementos pueden contarse uno por
uno separadamente.

En cambio, la matemática continua estudia
conceptos como la continuidad y el cambio
continuo.

Es decir, los procesos en matemática discreta
son finitos y contables.

3

...¿Qué es la Matemática Discreta?

En **matemática discreta**:
*formalizar, diseñar procesos finitos para
resolver problemas, analizar
propiedades fundamentales de los
números enteros, contar, enumerar,
relacionar conj finitos, etc.*

4

¿Qué comprende la Matemática Discreta?

La matemática discreta surge como una disciplina que unifica diversas áreas tradicionales de las Matemáticas:

- Lógica
- Algoritmos
- Aritmética. Aritmética modular
- **Combinatoria** (arte de contar)
- Probabilidad
- Geometría discreta (poliedros, etc)
- Teoría de grafos
- Álgebra discreta (grupos y cuerpos finitos, códigos algebraicos,...)
- etc...

5

¿Qué comprende la Matemática Discreta?

La matemática discreta surge como consecuencia, entre otras cosas, para dar respuesta a problemas de la informática y las telecomunicaciones:

- la información se manipula y almacena en los computadores en forma discreta (palabras formadas por ceros y unos),
- **se necesita contar objetos (unidades de memorias, unidades de tiempo),**
- se precisa estudiar relaciones entre conjuntos finitos (búsquedas en bases de datos),
- **es necesario analizar procesos que incluyan un número finito de pasos (algoritmos)**
- ...

6

Algo de historia

La matemática discreta no es una disciplina nueva.

- Su estudio sistemático comenzó en el siglo XVII cuando se plantearon problemas combinatorios relacionados con juegos de azar.
- Algunos matemáticos que contribuyeron a la creación de la MD son: Jakob Bernoulli, Abraham de Moivre, Blaise Pascal.
- En el siglo XVIII, **Leonard Euler (1707-1783)**, estableció muchos teoremas de Matemática Discreta.



L. Euler
matemático suizo

7

... algo de historia

En el siglo XX, la Matemática Discreta tuvo un renacer:

- Pasó de ser una mera "colección de problemas sueltos y trucos de resolución" a tener una estructura definida y bien fundamentada.

Uno de los matemáticos más destacados en Combinatoria de los últimos tiempos es Gian-Carlo Rota (1932-1999), cuyas contribuciones han ayudado a formalizar el tema desde la década de 1960.



G.C Rota
matemático italiano

La matemática discreta proporciona la base teórica para la ciencia y la tecnología de la computación.

8

... algo de historia

“El desarrollo reciente de la combinatoria es en cierto modo la historia de la cenicienta: los matemáticos ortodoxos la miraban por encima del hombro, considerándola menos respetable que otras áreas a pesar de sus muchos servicios tanto a la matemática pura como aplicada.

Pero entonces llegó el príncipe de la informática con todos sus problemas y necesidades matemáticas, y la combinatoria fue a quien mejor le entraba el zapatito de cristal”.

A. Björner, R. P. Stanley, 1999

9

Combinatoria

La **combinatoria** es una rama de la matemática que estudia colecciones finitas de objetos que satisfacen criterios establecidos, se ocupa, en particular, del "recuento o conteo" de los objetos de dichas colecciones (*combinatoria enumerativa*) y del problema de determinar si cierto objeto "óptimo" existe (*combinatoria extrema*).

Nota.

La combinatoria proporciona herramientas que permiten calcular la cantidad de elementos que tienen los conjuntos formados con ciertas reglas, sin que sea necesario enumerarlos uno a uno.

10

¿Qué es contar?

Contar los objetos de un conjunto finito consiste en *colocar* en correspondencia biunívoca dicho conjunto con un subconjunto de \mathbb{N} .

Si ello es posible, se dice que n es el cardinal del conjunto A cuando:

$$\#(A) = n, \quad A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

11

... ¿Qué es contar?

Algunos métodos sistemáticos para contar:

- a) Listas
- b) Tablas
- c) Diagramas de árbol
- etc.



12

Ejercicios

1. ¿Cuántos números distintos de cinco cifras se pueden formar con los dígitos: 0, 2, 3, 5, 7? ¿y cuántos de ellos son múltiplos de 4?
2. ¿Cuántas parejas de presidente y secretario se pueden formar en un grupo de cinco personas?
3. Los amigos Carlos (C), Daniela (D), Ernesto (E) y Franco (F), alumnos de un mismo curso, desean sentarse en una misma fila (cada fila con cuatro asientos) en la sala de clases. ¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse de modo que Carlos y Daniela queden juntos?

13

Dos problemas clásicos

Problema 1: Los 36 oficiales ([Euler](#), suizo, 1707-1783)

De cada uno de 6 distintos regimientos se escogen 6 oficiales, uno con cada uno de los rangos siguientes:

general - coronel - mayor
capitán - teniente - alférez

Se desea que estos 36 oficiales marchen en 6 filas de 6 cada una, de manera tal que en ninguna fila o columna haya dos oficiales del mismo rango o del mismo regimiento. [¿Es esto posible?](#)

14

... dos problemas clásicos

Problema 2: Las quince colegialas ([Kirkman](#), inglés, 1806-1895)

La directora de un internado desea que las 15 alumnas de un curso se formen en 5 filas de 3 cada día, de manera que ningún par de alumnas quede en la misma fila más que una vez en la semana (de Lunes a Domingo). ¿Es esto posible?

15

1...Principios Básicos de conteo

Ejercicio 1.1

El Sr Núñez debe realizar un viaje de un lugar A a un lugar C, y detenerse en un lugar intermedio B. Puede escoger entre cinco rutas diferentes para ir de A a B, y puede elegir entre tres rutas diferentes para ir de B a C. ¿De cuántas maneras puede el Sr Núñez viajar de A a C?

1. Principio de la multiplicación

Si una actividad o tarea se puede realizar en dos etapas sucesivas y la primera etapa se puede hacer de m formas posibles, y para cada uno de estos resultados, existen n formas posibles para la segunda etapa, entonces la actividad total se puede realizar, en el orden dado, de $m \times n$ formas.

16

... Principios Básicos de conteo

Ejercicio 1.2

A una reunión asisten 3 hombres y 4 mujeres. ¿De cuántas maneras es posible seleccionar una pareja hombre - mujer?

Ejercicio 1.3

En la etapa final del campeonato de fútbol, cinco equipos: A, B, C, D y E, disputan el primer, segundo y tercer lugar. ¿De cuántas maneras diferentes estos equipos pueden ubicarse en dichos lugares?

Ejercicio 1.4

Aplicar el primer principio de conteo para demostrar que la cantidad de subconjuntos de un conjunto con n elementos es 2^n .

Nota:

El principio de la multiplicación se puede generalizar a t etapas.

17

2... Principios Básicos de conteo

Ejercicio 2.1

Un estudiante debe elegir un proyecto de trabajo entre dos listas. Una lista contiene 11 propuestas de trabajo y la otra 18. ¿Cuántos posibles proyectos tiene el estudiante para elegir?.

2. Principio de adición

Si una primera tarea puede realizarse de m formas y una segunda tarea puede realizarse de n formas, y ambas tareas son independientes entre sí (no es posible realizar ambas tareas de manera simultánea), entonces para realizar cualquiera de ellas pueden utilizarse cualquiera de $m + n$ formas.

18

... Principios Básicos de conteo

Ejercicio 2.2

Un grupo de seis personas formados por Ana, Berta, Carlos, Diana, Ema y Fernando, debe elegir (entre ellos) un presidente, un secretario y un tesorero (una persona con a lo más un cargo)..

- ¿De cuántas maneras se puede realizar la elección?
- ¿De cuántas maneras puede realizarse la elección, si el presidente debe ser Ana o Carlos ?

Ejercicio 2.3

¿Cuántas cadenas (o arreglos) de 8 bits (cada bit con 0 o 1) comienzan con 101 o 111?

Nota:

La regla puede ampliarse a más de dos tareas, siempre que **ningún** par de ellas pueda ocurrir simultáneamente.

19

3... Principios Básicos de conteo

Ejercicio 3.1

En un curso de 37 estudiantes, 20 son varones, 15 son internos, y 8 son varones e internos. ¿Cuántos estudiantes del curso no son internos?.

3. Principio de inclusión-exclusión

Sea X es un conjunto finito. Dadas dos propiedades p, q , que satisfacen algunos elementos de X .

Sean A y B subconjuntos de X cuyos elementos se caracterizan por satisfacer las propiedades p, q , respectivamente.

Se tiene que:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

20

... Principios Básicos de conteo

Nota. El principio de inclusión y exclusión permite obtener el número de elementos del complemento de la unión $A \cup B$, o sea el número de elementos que no satisface ninguna de las propiedades p y q .

Ejercicio 3.2

¿Cuántos números hay del 50 al 12000 inclusive que son múltiplos de 3 o múltiplos de 5?

21

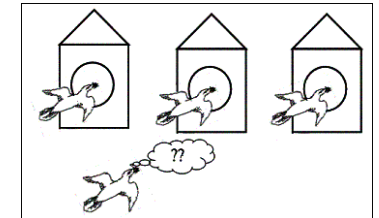
4... Principio del palomar

Ejercicio 4.1

En un grupo de 367 personas, hay al menos dos que cumplen años el mismo día.

4. Principio del palomar

Si $n+1$ o más objetos se colocan en n casillas, existe al menos una casilla que contiene dos o más objetos.



22

... Principios Básicos de conteo

Principio del palomar generalizado.

Si se colocan N objetos en k cajas, existe al menos una caja con $\lceil N/k \rceil$ objetos.

Ejercicio 4.2

En un grupo de 90 personas ¿cuántas tienen por lo menos el mismo signo zodiacal?

Ejercicio 4.3

¿Cuántas cartas se debe extraer como mínimo de una baraja de 52 naipes para garantizar que al menos tres sean del mismo palo?

23

Bibliografía

- Grimaldi, R. (1994). *Matemática Discreta y Combinatoria*. Prentice Hall.
- Micha, E. (1998). *Matemática Discreta*. Ed. Limusa.
- Rosen, K. (2004). *Matemática Discreta y sus aplicaciones*. Ed. Mc Graw Hill.

24