



PRUEBA NACIONAL

19 Olimpiada de Matemática

Segunda parte: Menores

25 DE AGOSTO 2007

1. Sea n un número natural. Se sabe que podemos escribir n^3 como la suma de n números naturales impares consecutivos. Por ejemplo

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 3 + 5$$

$$3^3 = 7 + 9 + 11$$

$$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$$

Determine el primero y el último de los 72 números impares consecutivos que se usan para representar 72^3 como arriba.

2. Sea a un dígito entre 1 y 9. Denotaremos por

$$\underbrace{aa \dots a}_{n \text{ veces}}$$

al número cuya expresión decimal está formada por n dígitos a .

- (a) Demuestre que la identidad

$$\underbrace{aa \dots a}_{n \text{ veces}} = a^n$$

no se satisface para ningún entero $n > 1$.

- (b) Para ningún $n > 1$ puede ser $\underbrace{aa \dots a}_{n \text{ veces}}$ un cuadrado perfecto.

3. Encuentre todos los pares de números primos tales que su suma y su diferencia sean también primos.