

PRUEBA NACIONAL

19 Olimpiada de Matemática

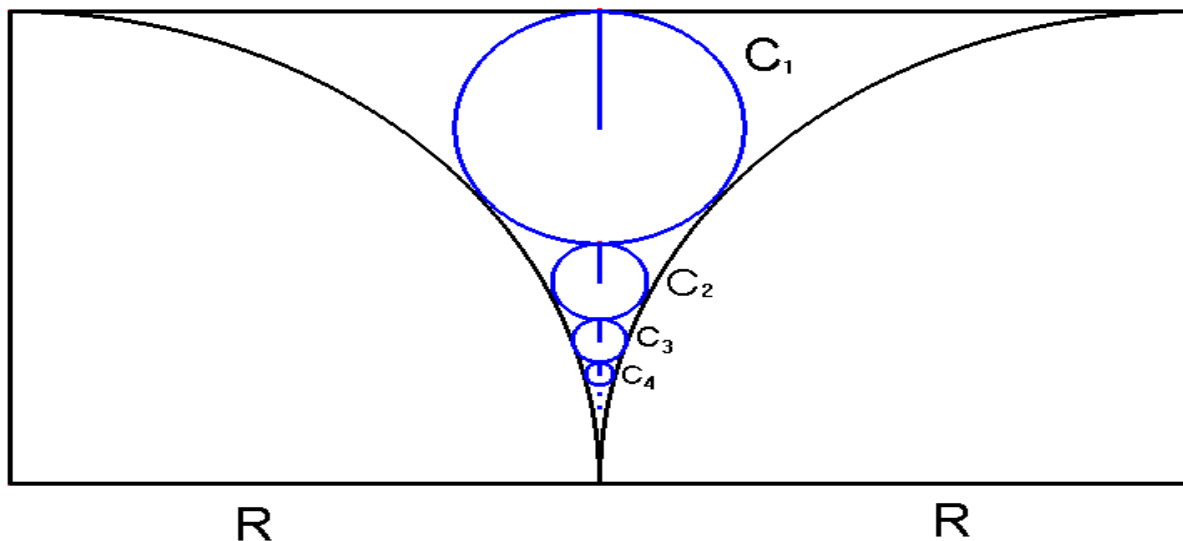
Primera parte: Menores

25 DE AGOSTO 2007

1. Determine para que números reales x se satisface la identidad $|x + 1| = |x| + 1$. Recuerde que para todo número real a , el valor absoluto $|a|$ se define por:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

2. En el rectángulo de la figura, cuya base es el doble que la altura, se construyen los dos cuartos de circunferencia con centro en los vértices inferiores como se muestra. Y las circunferencias tangentes a ambos cuartos de circunferencia y a la anterior (excepto la primera que es tangente al lado superior del rectángulo). Denotemos por R la altura del rectángulo y enumeremos las circunferencias tangentes por orden de tamaño decrecientes:



Demuestre que

$$d_1 = \frac{R}{2}$$

donde d_1 denota el diámetro de la primera circunferencia.

3. En la isla de Camelot, viven 13 camaleones rojos, 15 verdes y 17 amarillos. Cuando dos de distinto color se encuentran, cambian simultáneamente al tercer color. ¿Podría darse la situación en la que todos tengan el mismo color? Justifique su respuesta.