



Taller: Criterios de divisibilidad

- Un problema en matemática es determinar los **divisores** de un número natural n .
- Si la división entre el número natural n y un número natural a es exacta, entonces a es un **divisor** de n .
- Cuando la división entre n y un número natural a es exacta, se dice también que n es divisible por a .

Ejercicio. Determinar si el número 123452 es divisible por 7.

Dos problemas relacionados con la divisibilidad son:

- 1) Determinar si un número natural n es divisible por un entero a , sin realizar la división.
- 2) Descomponer un número natural n en producto de factores primos. Para ello se debe determinar si n es divisible por los sucesivos números primos 2, 3, 5, ...

Ambos problemas se pueden abordar efectuando la división o bien, aplicando las llamadas reglas o **criterios de divisibilidad**. Estos criterios que permiten determinar si un número es divisible o no por otro sin necesidad de realizar la división.

En este taller se presentarán algunos criterios de divisibilidad y se propondrán actividades relacionados con divisibilidad (problemas tipo 1).

Los criterios de divisibilidad más usuales son los siguientes:

Criterio de divisibilidad	Ejemplo
• Un número es divisible por 2 si la cifra de las unidades es un número par (es decir, es 0 o un dígito par positivo).	38 es divisible por 2
• Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es divisible por 3 (o bien, si la suma de sus cifras es múltiplo de 3).	564 es divisible por 3, ya que $5+6+4 = 15$ es divisible por 3.
• Un número es divisible por 4 si el número formado por sus dos últimas cifras es divisible por 4 o es 00.	51632 es divisible por 4, ya que 32 es divisible por 4.
• Un número es divisible por 5 si la cifra de las unidades es 0 o es el dígito 5.	35420 es divisible por 5.
• Un número es divisible por 6 si es divisible por 2 y por 3 al mismo tiempo.	564 es divisible por 6

<ul style="list-style-type: none"> • Un número es divisible por 8 si el número formado por sus tres últimas cifras es divisible por 8 o es 000. 	72432 es divisible por 8, ya que 432 es divisible por 8.
<ul style="list-style-type: none"> • Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras es divisible por 9. 	234567 es divisible por 9, ya que $2+3+4+5+6+7=27$ es divisible por 9.
<ul style="list-style-type: none"> • Un número es divisible por 10 si la cifra de las unidades es 0. 	390700 es divisible por 10.

Actividad 1

Considere los números de la siguiente tabla:

92	61	205	423	107
172	431	978	573	99
21	614	999	671	96
84	684	177	123	237
126	361	104	88	713
740	1533	2506	6576	7605

- 1) Anote los números que son divisibles por 2.
- 2) Anote los números que son divisibles por 3, aplicando el criterio de divisibilidad.
- 3) ¿Cuántos números de la tabla son divisibles por 4?

Actividad 2

Determine si el número 21408 es divisible por 2, si es divisible por 3, por 5, por 6, por 8, por 9, por 10. En caso de ser cierto, anote una X en la casilla correspondiente en la tabla. Luego, realizar el ejercicio para el número 1345866.

	2	3	5	6	8	9	10
21408							
1345866							

Actividad 3

- 1) ¿Cuál es el menor número de 4 cifras que es divisible por 2, por 3 y por 4, simultáneamente?
- 2) ¿Cuál es el menor número de 4 cifras que es divisible por los siguientes números simultáneamente: 2, 3, 4, 5, 6, 8 y 9?

Actividad 4

- 1) En el número de cuatro cifra 293c, ¿Qué valores debe tener la cifra c para que el número sea divisible por 3?
- 2) El número de dos cifras $9a$ es divisible por 2 y el número de dos cifras $5a$ es divisible por 3. Hallar el valor de a .
- 3) Usando sólo las cifras 1, 2 y 3, y al menos una de cada una de ellas, formar un número que sea divisible por 8 y 9. Luego, determinar el menor número que sea divisible por 8 y 9.

Otros criterios de divisibilidad son:

• **Criterio de divisibilidad por 7**

Un número es divisible por 7 cuando la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es 0 o es un múltiplo de 7.

Ejemplo

a) 406 es divisible por 7, ya que $40 - 2 \cdot 6 = 28$ y 28 es múltiplo de 7.

b) Determinar si 2261 es divisible por 7.

Solución. $226 - 2 \cdot 1 = 224$, ¿224 es divisible por 7?.

Como $22 - 2 \cdot 4 = 14$ y 14 es divisible por 7, luego 224 es divisible por 7, por lo tanto 2261 es divisible por 7.

Actividad 5

1) Determine cuál o cuáles de los siguientes números son divisibles por 7.

373	3951	14256	65768	20104	987654
-----	------	-------	-------	-------	--------

2) ¿Qué dígito se debe colocar en el lugar de la cifra de las unidades del número 894□ para que sea divisible por 7?

• **Criterio de divisibilidad por 11**

Un número es divisible por 11 si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar impar y la suma de las cifras que ocupan lugar par, es divisible por 11.

Ejemplo

a) ¿7062 es divisible por 11?

Solución. $(7 + 6) - (0 + 2) = 11$, y 11 es múltiplo de 11, luego 7062 es divisible por 11.

b) Determinar si 3251 es divisible por 11.

Solución. $(3 + 5) - (2 + 1) = 5$, y 5 no es divisible por 11. Luego, 3251 no es divisible por 11.

Actividad 6

1) Determine cuál o cuáles de los siguientes números son divisibles por 11.

374	3951	14256	20108	65768	9876504
-----	------	-------	-------	-------	---------

2) ¿Qué cifra se debe colocar en el número 89□43 para que sea divisible por 11?

3) ¿Cuál es el mayor número de cinco cifras que es múltiplo de 11?

Ejercicios varios

1. Considere los números 300, 111, 1111, 222, 561, 4590, 4250, 46200, 1685, 77763. ¿Qué números son divisibles por 3?, ¿Qué números son divisibles por 6?, ¿Qué números son divisibles por 9?.
2. En el número $259a$ ¿Qué valores debe tener la cifra a para que sea divisible por 4?
3. Escriba un múltiplo de 7 que tenga seis cifras cuya cifra de las unidades sea 8. Posteriormente, aplique el criterio de divisibilidad para comprobarlo.
4. ¿Cuántos números enteros positivos son múltiplos de 3, menores que 1000 y sus cifras son sólo dígitos 2 y/o 4?