



Documento de apoyo 3° medio

Profesor: Mauricio Marín

Tema: Raíces y sus propiedades

Concepto de raíz

Es la obtención de un número, que ha sido multiplicado “ n veces” por si mismo. bajo el operador raíz ($\sqrt[n]{m} = b$)

En donde

n : **índice radical**, o **índice** de la raíz, que indica las veces que ha sido multiplicado cierto número.

m : **subradical o radicando**, indica el producto de aquella multiplicación de cierto número.

b : **es la raíz** (raíz aritmética) o el número buscado, que ha sido multiplicado “ n veces por si mismo”

Se llama **raíz** (o **raíz aritmética**) de un número m de índice n y se escribe $\sqrt[n]{m}$, a un número que cumple:

$$\left(\sqrt[n]{m}\right)^n = m$$

Propiedad de las raíces

- Si $m > 0$: $\sqrt[n]{m}$ existe cualquiera que sea n
Cuando $m > 0$, $\sqrt[n]{m}$ es un número positivo (y es único)
- Si $m < 0$: sólo existe la raíz $\sqrt[n]{m}$ cuando el índice n es impar.
Cuando el índice n es impar, y $m < 0$: $\sqrt[n]{m}$ es negativo (y es único).

Véase el siguiente ejemplo:

a) $\sqrt{16} = 4$, el índice radical es 2, que no se escribe por conveniencia y se lee raíz cuadrada de 16 (radicando), la pregunta fue ¿Qué número multiplicado por si mismo da como resultado 16?. Resp: 4

b) $\sqrt[3]{8} = 2$, el índice radical es 3, y se lee raíz cúbica de 8 (radicando), la pregunta fue ¿Qué número multiplicado tres veces por si mismo da como resultado 8?. Resp: 2

Ejercicios resueltos

1) $\sqrt{25} = 2$ 2) $\sqrt{225} = 15$ 3) $\sqrt[3]{-27} = -3$ 4) $\sqrt[5]{32} = 2$ 5) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$



Resuelva aplicando el concepto de raíz.

[Recuerde que $(\sqrt[n]{a})^n = (\sqrt[n]{a^n}) = a$]

$$\begin{array}{llll}
 1) \sqrt{\frac{4}{9}} = & 2) \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{\frac{81}{4}} \cdot \sqrt{\frac{49}{36}} = & 3) \sqrt{0,25} + \sqrt[3]{0,125} = & 4) \sqrt[4]{16} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{x^3}{7}} \right) = \\
 5) \sqrt[4]{\frac{3x^4}{16}} = & 6) \sqrt[3]{-0,027} = & 7) \sqrt{\frac{400}{289}} = & 8) \sqrt{\frac{16}{81}} - 3\sqrt{\frac{25}{9}} + \sqrt{\frac{1}{9}} = \\
 9) \left(\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{9}} \right) \div \sqrt{\frac{4}{9}} = & 10) \sqrt{\frac{25}{4}} + 8\sqrt{\frac{16}{8}} - \sqrt{\frac{1}{36}} = & &
 \end{array}$$

PROPIEDADES DE LAS RAICES

Propiedad 1: Raíz de radicando cero

$$\sqrt[n]{0} = 0$$

Ejemplos: 1) $\sqrt[3]{0} = 0$

2) $\sqrt[7]{0} = 0$ (n : índice, distinto de cero)

Propiedad 2: Raíz de la unidad

$$\sqrt[n]{1} = 1$$

Ejemplos: 1) $\sqrt[5]{1} = 1$

2) $\sqrt[8]{1} = 1$

Propiedad 3: Producto de raíces de igual índice

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

Ejemplos: 1) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{15}$

2) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{8}$

Propiedad 4: División de raíces de igual índice

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Ejemplos: 1) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

2) $\frac{\sqrt[n]{a^7}}{\sqrt[n]{a^3}} = \sqrt[n]{\frac{a^7}{a^3}} = \sqrt[n]{a^{7-3}} = \sqrt[n]{a^4}$

Propiedad 5: Raíz de una Raíz

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

Ejemplos: 1) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{m}} = \sqrt[12]{m}$

2) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[7]{3x}}} = \sqrt[84]{3x}$

Propiedad 6: Raíces de la forma $a\sqrt[n]{b}$

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

Ejemplos: 1) $2\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$

2) $x\sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{4x^5}$



Ejercicios propuestos

Aplicando propiedades de raíces resuelva.

I) Multiplique las siguientes raíces.

$$\begin{aligned} 1) \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = & \quad 2) \sqrt{2} (1 + \sqrt{7}) = & \quad 3) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} = & \quad 4) \sqrt{\frac{2a}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2a}} = \\ 5) 3\sqrt{\frac{a^x}{2}} \cdot 2\sqrt{\frac{a^{x-3}}{5}} = & \quad 6) 5x\sqrt{y} \cdot 3y\sqrt{2x} = & \quad 7) \sqrt{1+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{1+\sqrt{3}} = \\ 8) (3\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = & \quad 9) \sqrt{\frac{1}{1-x}} \cdot \sqrt{\frac{1-x}{9}} = & \quad 10) \frac{\sqrt{5}}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = \end{aligned}$$

II) Divida las siguientes raíces.

$$\begin{aligned} 1) \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = & \quad 2) \frac{\sqrt{a^{2x-1}}}{\sqrt{a^{x-2}}} = & \quad 3) 5a^2\sqrt{50} \div 3a\sqrt{2} = & \quad 4) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \\ 5) \frac{3\sqrt{20}}{\sqrt{5}} - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = & \quad 6) \frac{\sqrt{a^{3x}}}{\sqrt{a^{x-1}}} = & \quad 7) (2\sqrt{18} - 4\sqrt{8}) \div 2\sqrt{2} = \\ 8) (25\sqrt[3]{x^2} - 10\sqrt[3]{x^4}) \div 5\sqrt[3]{x} = & \quad 9) 5a^2\sqrt{50} \div 3a\sqrt{2} = & \quad 10) 3a^{23}\sqrt{a^{5x}} \div a^{23}\sqrt{a^{2x}} = \end{aligned}$$

III) Calcule la raíz de la raíz.

$$\begin{aligned} 1) \sqrt[3]{\sqrt{4}} = & \quad 2) \sqrt{2\sqrt{2}} = & \quad 3) \sqrt[3]{\sqrt{a}\sqrt{a}\sqrt{a}} = & \quad 4) \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}} = & \quad 5) \sqrt{2\sqrt{6\sqrt{x}}} = \\ 6) \sqrt[n]{\sqrt[3]{\sqrt{a}}} = & \quad 7) \sqrt[3]{\sqrt{7\sqrt{5}}} = & \quad 8) 3\sqrt{2\sqrt{4x}} = & \quad 9) \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{5}}} = & \quad 10) ax\sqrt{x\sqrt{x^3}} = \end{aligned}$$

IV) Introduce el coeficiente en una sola raíz.

$$\begin{aligned} 1) 2\sqrt{5} = & \quad 2) 2\sqrt[3]{3} = & \quad 3) 2x^2\sqrt{5} = & \quad 4) \frac{x}{2}\sqrt{\frac{2x}{7}} = & \quad 5) -\frac{p^2}{q}\sqrt{\frac{2p}{3q}} = \\ 6) m^3\sqrt{x^4} = & \quad 7) q^4\sqrt{m^2} = & \quad 8) \frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{2}{x^3}} = & \quad 9) \frac{m^3}{2}\sqrt[4]{\frac{1}{m}} = & \quad 10) \left(\frac{x}{a}\right)^2\sqrt[3]{\frac{a}{x}} = \end{aligned}$$



V) Descomponer las siguientes raíces y calcular su resultado.

1) $\sqrt{2} + \sqrt{18} =$ 2) $\sqrt{2} - \sqrt{50} + 3\sqrt{2} =$ 3) $\sqrt{80} - \sqrt{27} + \sqrt{20} - \sqrt{12} =$

4) $3\sqrt{2} + \sqrt{8} =$ 5) $3\sqrt{12a} - 2\sqrt{27a} + \sqrt{75a} =$ 6) $\sqrt{28} - \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{63} =$

7) $\sqrt{18} - 2\sqrt{5} + \sqrt{50} - \sqrt{20} =$ 8) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{27} + \sqrt{75} =$

VI) Aplique sus conocimientos generales en el tema de fracciones.

1) $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) =$ 2) $\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{5}{3}\right) + \frac{5}{4} =$ 3) $\frac{5}{2} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4}\right) \div \frac{3}{4} =$

4) $\left(\frac{5}{4\frac{1}{3}}\right) \div \frac{2}{5} =$ 5) $\frac{2}{5} + \frac{1}{8} - \frac{3}{2} =$ 6) $\frac{9}{7} - \frac{8}{5} + 1\frac{2}{3} =$ 7) $3\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{7}\right) =$