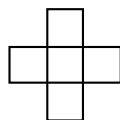


Entregue la solución de cada pregunta en hojas separadas.

- 1] Arturo y Miguel han creado un juego de *Combate Naval* con las siguientes reglas: cada uno dispone de un tablero cuadrado de $n \times n$. En primer lugar, Arturo debe colocar su barco sobre su tablero, sin que Miguel pueda ver. El barco de Arturo es una ficha con la siguiente forma y debe cubrir exactamente cinco fichas del tablero. No está permitido mover la ficha:



Miguel, quien conoce la forma del barco de Arturo pero no su posición, marca algunas casillas de su tablero (representando disparos). Miguel gana el juego si logra hundir el barco de Arturo; en caso contrario, Arturo gana.

- a) Suponga que el barco de Arturo es el *Huáscar*, que sólo se hunde si recibe 5 disparos. Determine, en función de n , la menor cantidad de disparos que Miguel necesita marcar en su tablero para asegurar su victoria. Para esta cantidad mínima, indique la posición de los disparos.
- b) Suponga que el barco de Arturo es la *Esmeralda*, que se hunde si recibe al menos un disparo. Para cada $n \in \{3, 4, 5\}$, determine la menor cantidad de disparos que Miguel necesita marcar en su tablero para asegurar su victoria y, para esta cantidad mínima, indique una posible posición de los disparos.
- 2] Dado un cubo, a cada vértice se asigna un número real positivo y en cada cara se escribe el producto de los números asignados a sus cuatro vértices. Sean P el producto de los números asignados a los ocho vértices del cubo y Q la suma de los cuadrados de los números escritos en las seis caras.
- a) Pruebe que $Q \geq 6P$.
- b) Asigne un número entero positivo a cada vértice de manera tal que:
- los ocho números sean distintos,
 - ningún número entero, diferente de 1, divida a los ocho números, y
 - $Q = 6P$.