

# XIV



## Tercera Fecha

18 de Junio de 2016

### Nivel 3

Individual

Entregue la solución de cada pregunta en hojas separadas.

- 1 | Es dado un segmento  $\overline{AB}$  fijo,  $C$  es un punto variable en  $\overline{AB}$ . Se construyen las semicircunferencias con diámetros  $\overline{AC}$  y  $\overline{CB}$ , en el mismo lado de la recta  $AB$ . Se traza la recta tangente común a ambas semicircunferencias que las toca en  $M$  y  $N$ , respectivamente. Se construye el paralelogramo  $MCNX$ . Demuestre que independiente de la elección de  $C$ ,  $X$  está siempre a la misma distancia del punto medio de  $\overline{AB}$ .
  
- 2 | Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(0) = 1$  y para todo  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $f(xy + 1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2$ . Encuentre  $f(x)$ .

*Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.*