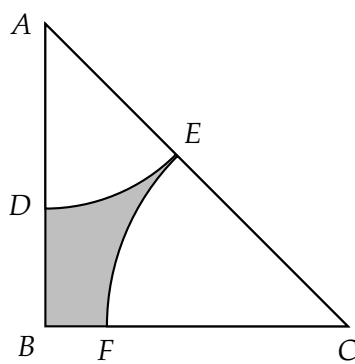


Entregue la solución de cada pregunta en hojas separadas.

- 1] Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo isósceles en  $B$  cuyos catetos miden  $AB = BC = a$ . Por un punto  $E$  en la hipotenusa  $\overline{AC}$  se dibujan los arcos  $DE$  y  $EF$  (con centros  $A$  y  $C$ , respectivamente). Suponga que el área del sector circular limitado por el arco  $EF$  y los radios  $\overline{CE}$  y  $\overline{CF}$  es la mitad del área del triángulo. Calcular el área de la región gris en función de  $a$ .



- 2] En la siguiente sucesión de dígitos:  $1, 1, 1, 3, 5, 9, 7, \dots$ , los tres primeros términos son iguales a 1 y cada término, a partir del cuarto, es igual al dígito de las unidades de la suma de los tres términos anteriores.
- Pruebe que esta sucesión es periódica y encuentre su periodo.
  - Encuentre la suma de los primeros 2016 términos de la sucesión.

*Observación: se dice que una sucesión es **periódica** si está formada por una secuencia finita de números que se repite infinitamente. En este caso, el **periodo** es la cantidad de números en la menor secuencia finita que se repite infinitamente. Por ejemplo la sucesión  $2, 5, 7, 2, 5, 7, 2, 5, 7, \dots$  es periódica con periodo 3, porque la menor secuencia que se repite infinitamente es  $2, 5, 7$ .*