XIV

Primera Fecha
22 de Abril de 2017
Soluciones
Individual

7° Básico

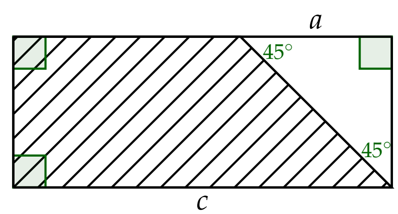
1. Camila tenía 13 años hace 5 años y, su abuelo tenía 50 años. ¿Cuánto sumará la edad de Camila y su abuelo en 17 años más?

   a) 143 *b*) 107 *c*) 97 *d*) 80 *e*) 73

   Solución: B

   Notemos que Camila tiene 18 años, mientras que su abuelo tiene 55. Por lo que, en 17 años más, tendrán 35 y 72, respectivamente. Así, la suma de ambas será 107 años.

2. ¿Cuál es el área de la figura achurada?



   a) $\frac{a^2}{2}$ *b*) $ac - \frac{a^2}{2}$ *c*) $\frac{3a^2c}{2}$ *d*) $ca - a^2$ *e*) $\frac{a^2}{2} - ac$

   Solución: B

   Notemos que podemos separar la figura anterior en un rectángulo y un triángulo rectángulo. El rectángulo tiene área $a \cdot (c - a)$ y, el triángulo tiene área $\frac{a^2}{2}$. De forma que el área achurada es la suma $a \cdot (c - a) + \frac{a^2}{2} = ac - \frac{a^2}{2}$

3. Un abuelo tiene un terreno de $3720\,m^2$ y va a repartir la mitad de su terreno entre sus 2 hijos y sus 2 nietos. De lo que va a repartir, a cada hijo le da un tercio y lo restante lo divide equitativamente entre los nietos. ¿Cuánto es, en total, el área del terreno con que se quedó el abuelo sumada al de uno de sus nietos?

   a) 2440 *b*) 2490 *c*) 2170 *d*) 3480 *e*) 4030

   Solución: C

   A repartir $\frac{3720}{2} = 1860$

   - Abuelo: $1860\,m^2$
   - Hijo 1: $620\,m^2$

- Hijo 2: $620\,m^2$
- Nieto 1: $310\,m^2$
- Nieto 2: $310\,m^2$

Luego, con el terreno que se quedó el abuelo sumado al de uno de sus nietos serán $2170\,m^2$

4. Si x es número natural par e y es un número natural impar. ¿Cuál de los siguientes números es siempre un número par?

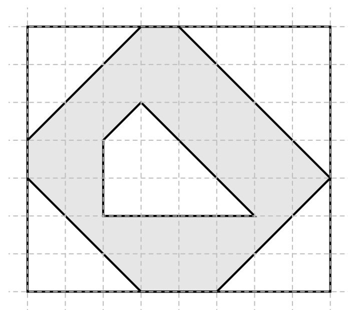
   a) $x+x+x+3$ *b)* $\frac{x \cdot x}{2}$ *c)* $2y+5$ *d)* $x+y$ *e)* $\frac{y \cdot y}{2}$

   Solución: B

   Supongamos que P representa un número par e I es un número impar.

   a) $P+P+P+I = P+I = I$
   b) $\frac{P \cdot P}{2} = P$
   c) $P \cdot I + I = P + I = I$
   d) $P+I = I$
   e) $\frac{I \cdot I}{2}$ es una fracción que no es un número entero.

5. Si cada uno de los cuadrados de la cuadrícula tiene lados que miden $1\,cm$, ¿cuál es el área de la figura achurada?



   a) $34{,}5\,cm^2$ *b)* $21{,}5\,cm^2$ *c)* $28{,}5\,cm^2$ *d)* $14\,cm^2$ *e)* $27{,}5\,cm^2$

   Solución: E

   Se ha de notar que en la figura, ennegrecidos, hay 19 cuadrados enteros, mientras que mitades hay 17. De forma que el área total es $19 + \frac{17}{2} = 27{,}5$

6. Juan escribió todos los números enteros de 1 a 1000. ¿Cuántas veces tuvo que escribir el dígito 3?

   a) 100 *b)* 220 *c)* 271 *d)* 290 *e)* 300

   Solución: E

   Notemos que en los números menores que 100, se tienen veinte. Los cuales son escritos en los números 3, 13, 23, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 43, 53, 63, 73, 83, y 93.

   Lo anterior ocurre cada 100 números. Pero, hemos de agregar que en los 300's cada número tiene un 3.

   Por tanto, hay $20 \cdot 10 + 100 = 300$.

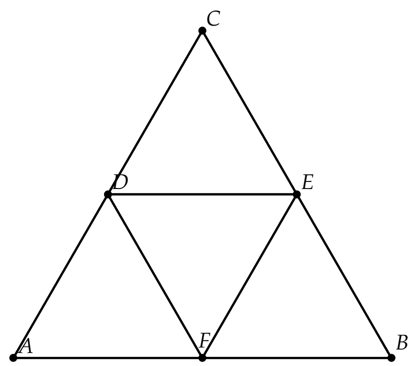
7. Si se dibuja un círculo y un triángulo en una misma hoja. ¿Cuál es el máximo de intersecciones que pueden tener?

   a) 3 *b*) 1 *c*) 5 *d*) 6 *e*) 10

   Solución: D

   El círculo puede cortar como máximo dos veces cada segmento. Por lo tanto, como el triángulo tiene 3 lados, podría tener a lo más 6 intersecciones. Efectivamente, se puede conseguir esa cantidad de intersecciones.

Desarrollo: El siguiente es el mapa de un parque que tiene forma de triángulo equilátero en el que cada lado mide $200\,m$. Está dividido por caminos que dejan regiones triangulares de pasto de lado $100\,m$ cada una. Quiero caminar del extremo A al extremo B sin pisar el pasto y sin recorrer dos veces ninguno de los caminos. De todos los caminos posibles, ¿cuánto mide el paseo más largo que puedo dar?



Solución: $700\,m$

Dado que se ocupa solo un camino para llegar a B y otro para salir de A, existe una configuración en la que pasa por todos los otros caminos y la distancia máxima a recorrer será de $700\,m$. Una configuración posible es (A, D, C, E, D, F, E, B)

8° **Básico**

1. Determine el valor numérico de x que satisface la siguiente ecuación:

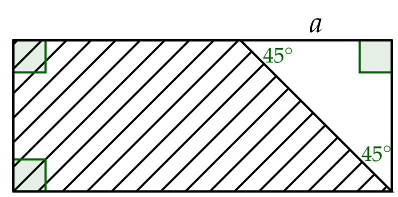
$$5\left(x+\frac{7}{15}\left(3(x+25)+15\right)\right)=2(x+5)$$

a) -20 *b*) -8 *c*) -5 *d*) 22 *e*) $\frac{220}{14}$

Solución: A

$$\begin{aligned} 5\cdot\left(x+\frac{7}{15}\cdot(3x+75+15)\right)&=2x+10\\ 5\cdot\left(x+\frac{7}{15}\cdot(3x+90)\right)&=2x+10\\ 5\left(x+\frac{7}{5}x+42\right)&=2x+10\\ 5x+7x+210&=2x+10\\ 10x&=-200\\ x&=-20 \end{aligned}$$

2. ¿Cuál es el área de la figura achurada?



a) $\frac{a^2}{2}$ *b*) $ac-\frac{a^2}{2}$ *c*) $\frac{3a^2c}{2}$ *d*) $ca-a^2$ *e*) $\frac{a^2}{2}-ac$

Solución: B

Notemos que podemos separar la figura anterior en un rectángulo y un triángulo rectángulo. El rectángulo tiene área $a\cdot(c-a)$ y, el triángulo tiene área $\frac{a^2}{2}$. De forma que el área achurada es la suma $a\cdot(c-a)+\frac{a^2}{2}=ac-\frac{a^2}{2}$

3. Alejandro pensó tres números. Si los suma de dos en dos obtiene 919, 2234 y 2719. ¿Cual es el mayor de los tres números?

a) 459 *b*) 1117 *c*) 1507 *d*) 2000 *e*) 2017

Solución: E

Podemos plantear ecuaciones tales que: $a+b=919$, $b+c=2234$, y $a+c=2719$. Si sumamos las tres ecuaciones tenemos: $((a+b)+(b+c)+(a+c))=919+2234+2719=5872$, por tanto $2a+2b+2c=5872$, dividimos por 2 y tenemos $a+b+c=2936$. Cómo la menor suma de dos números es $a+b=919$ tenemos $919+c=2936$ y $c=2017$.

Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

4. En una empresa el sueldo base de cada trabajador es \$200000; por hora extra pagan \$2000, y, por inasistencia, les descuentan \$10000. Si Juan faltó 3 días en el mes, ¿cuántos minutos extra deberá trabajar para alcanzar su sueldo base?

   a) 15 *b*) 90 *c*) 900 *d*) 1000 *e*) 1500

   Solución: C

   En efecto le descuentan 30000 pesos, así, debe trabajar 15 horas extras para recuperar ese valor.

5. Se tiene

$$
\begin{aligned}
a \triangle b &= a + 3b - 2ab \\
c \star d &= c \cdot d - c \\
e \heartsuit f &= 7e - 3f
\end{aligned}
$$

   Calcule $(2 \triangle 1) \star (5 \heartsuit 4)$.

   a) 22 *b*) 23 *c*) 15 *d*) 17 *e*) 30

   Solución: A

6. Considere que la siguiente secuencia numérica tiene un patrón más o menos evidente.

$$9,\ 3,\ 14,\ 8,\ 19, 13, 24, 18, 29 \ldots$$

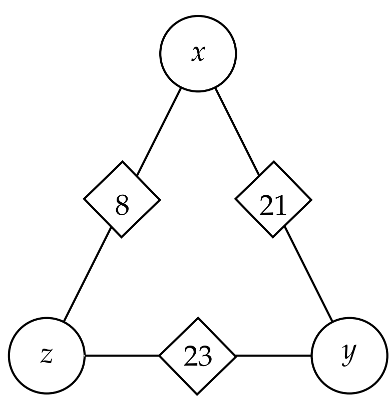
   Determine el término 2017.

   a) 10099 *b*) 10084 *c*) 5049 *d*) 10071 *e*) 5031

   Solución: C

   Observar que $a_1 = 9 = 5 \times 1 + 4; a_3 = a_{2\times1+1} = 14 = 5 \times 2 + 4; a_5 = a_{2\times2+1} = 19 = 5 \times 3 + 4; a_7 = a_{2\times3+1} = 24 = 5 \times 4 + 4$. Cómo $2017 = 2 \times 1008 + 1$ tenemos $a_{2017} = a_{2\times1008+1} = 5 \times 1009 + 4 = 5049$.

7. En el siguiente diagrama, los números en los cuadrados son suma de los números en los círculos adyacentes. Entonces, ¿Cuál es el valor numérico de $x + y + z$?



Justifique sus respuestas, sea ordenado(a) y cuidadoso(a) en la presentación de ellas.

a) 24 *b*) 25 *c*) 26 *d*) 27 *e*) 28

Solución: C

$$\begin{aligned} x + y &= 21 \\ x + z &= 23 \\ z + x &= 8 \end{aligned}$$

Si se suman las ecuaciones, se tiene:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (x + y + z) &= 52 \\ x + y + z &= 26 \end{aligned}$$

D. ¿Cuántas veces aparece el factor 7 en la descomposición en primos de la suma de los naturales de 1 a 100?

Solución: Desarrollo

Lo primero es poder sumar los números de 1 a 100. Independiente del método (a mano, con una fórmula o un método algebraico ingenioso) obtendrá como resultado 5050.

Ahora bien, al factorizar la suma, se tiene: $2 \cdot 5^2 \cdot 101$. De lo que es evidente que no hay 7 en esa descomposición.