XV

Cuarta Fecha

29 de Julio de 2017

Soluciones

Individual

Prueba para 7° Básico

A continuación se presentan 7 preguntas con 5 alternativas cada una. Sólo debe **marcar claramente su preferencia** con una $\times$ sobre la letra seleccionada. Además, deberá **justificar** su respuesta con un desarrollo adecuado para la pregunta. La justificación no debe estar en esta hoja, **aquí solo debe marcar la alternativa**.

Cada pregunta correcta, con su debida justificación, tendrá 2 puntos. Mientras que una pregunta correcta, sin justificación, sólo tendrá 1 punto. Y, en el caso de tenerla incorrecta, obtendrá 0 puntos en esa pregunta.

1. Helenita va a comprar dulces al almacén de la esquina. La señora del almacén le dice a Helenita: "Por ser una cliente frecuente te haré una rebaja en la venta de dulces: - Si compras un dulce te costará lo de siempre, \$30. - Por cada cuatro dulces que compres te costarán \$100. -Por cada ocho dulces que compres te costará \$180. Si Helena quiere comprar 77 dulces ¿Cuánto le saldrá con la oferta de la señora?

   a) 1720 *b*) 1800 *c*) 1570 *d*) 1530 *e*) 1750

   Solución: E

   Por cada 8 dulces pagará \$180. Por tanto por $72 = 9 \times 8$ pagará $\$180 \times 9 = \$1620$. Luego pagará \$100 por 4 dulces más y por el último pagará \$30. Por tanto por 77 dulces pagará $1620 + 100 + 30 = 1750$ pesos.

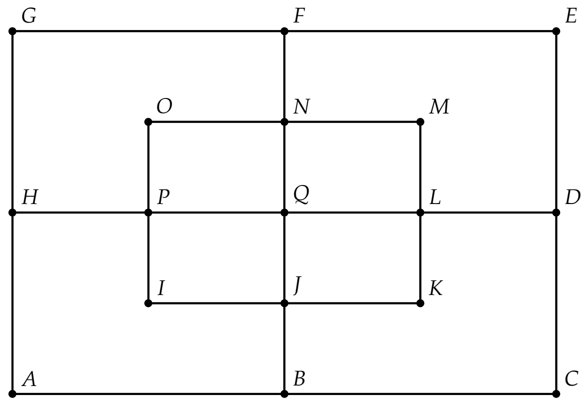
2. Considere un número primo p, mayor que 2 y menor que 100. Sea N_1 el producto de p por los primeros cincuenta números impares. Sea N_2 el producto de los 100 primeros números impares. Sea $S = N_1 + N_2$ entonces:

   a) S es un número par que es divisible por p y por 17
   b) S es un número primo
   c) S es un número impar divisible por p
   d) S es un número par que no es divisible por p
   e) S es un número impar divisible por p y por 17.

   Solución: A

   La múltiplicación de p por los primeros 50 números impares es divisible por p y 17 y es un número impar. Al sumarle el producto de los primeros 100 números impares, que es un número impar divisible por p y 17, obtenemos un número par divisible por p y 17.

3. En la figura $ACEG$ y $IKMO$ son rectángulos con lados paralelos entre ellos. ¿Cuántos rectángulos hay en la figura?



a) 20 *b*) 16 *c*) 22 *d*) 18 *e*) 24

Solución: D

Consideremos primero el rectángulo $ABCDEFGH$ y los segmentos que lo cruzan y contienen a Q. A partir del vértice A podemos formar los rectángulos $ACEG, ABQH, ACDH, ABFG$ no hay más rect¿anguos que contengan a A cómo vértice.Los rectángulos no considerados que contienen a B son $BCDIQ, BCEF$. Ya consideramos a todos los rectángulos que contienen a C,. Los rectángulos no considerados que contienen a H son $HQFC, HDEG$. El único rectángulo no considerado entre los anteriores, que contiene a Q es $QFDE$. Por tanto contamos 9 rectángulos al considerar los rectángulos que contienen los vértices$A, B, C.D.E.F.G, H$ y los segmentos que lo cruzan y contienen a Q. Algo similar podeos hacer con el rectángulo $IJKLMNOP$ y los segmentos que lo cruzan y contienen a Q. Por tanto, hay 18 rectángulos en la figura.

4. Corren Marco, Patricio y Antón una carrera de 1000 metros. Cada corredor corre siempre a la misma velocidad. Gana la carrera Antón y al momento de terminar aventaja a Marcos por 100 metros y a Patricio por 190 metros. De los siguientes valores, ¿ Cuál de ellos representa la distancia a que se encuentra Patricio,de la meta, cuando Marco termina la carrera?.

   a) 110 mt. *b*) 100 mt. *c*) 105 mt. *d*) 108 mt. *e*) 95 mt.

   Solución: B

   Suponemos que el tiempo que usa Antón para completar los 1000 metros es T. En ese tiempo Marco corre 900 metros. Así que Marcos corre 100 metros en $\frac{T}{9}$ tiempo. Ahora en $\frac{T}{9}$ tiempo Patricio avanza $\frac{810}{9} = 90$ metros. Por tanto, cuando Marco termina, Patricio estará a 100 metros de la meta.

5. María Paz tiene una moneda de \$1, una moneda de \$5, una moneda de \$10 y una moneda de \$50. ¿Cuántas cantidades diferentes puede obtener María Paz usando estas cuatro monedas?. Por ejemplo, usando las monedas de \$1 y \$10 puede obtener \$11.

a) 16 *b*) 15 *c*) 14 *d*) 17 *e*) 18

Solución: B

Primero las cuatro cantidades que representan las cuatro monedas por sí solas; luego seis cantidades se obtienen sumando de a dos monedas; luego 4 cantidades se obtienen sumando tres monedas y una cantidad se obtiene sumando las cuatro monedas. En total se obtienen 15 cantidades diferentes.

6. Helena y Adriana quieren comprar una bicicleta. A Helena le faltan \$26000 y a Adriana le faltan \$28000. Sumadas la cantidad de dinero que tienen ambas consiguen comprar la bicicleta y un helado para cada una de ellas de valor \$1000 el helado. ¿cuál es el precio de venta de la bicicleta ?

   a) \$50000 *b*) \$52000 *c*) \$54000 *d*) \$56000 *e*) \$58000.

   Solución: D

   Sea H la cantidad de dinero que tiene Helena; sea A la cantidad de dinero que tiene Adriana; sea B el valor de la bicicleta. Las condiciones del problema dicen que $H + \$26{,}000 = B$; $A + \$28{,}000 = B$ y $H + A = B + \$2{,}000$. sumando las dos primeras tenemos $H + A + 54{,}000 = 2B$; usando aquí la tercera relación $B + 2{,}000 + 54{,}000 = 2B$. Por tanto el valor de la bicicleta es \$56,000.

7. Un número de cuatro dígitos es llamado **capicúa** si se escribe de la forma *abba*. Por ejemplo 1551 es un número capícua. ¿Cuántos números capícuas hay entre 1000 y 9999 ?

   a) 100 *b*) 90 *c*) 80 *d*) 85 *e*) 95

   Solución: B

   Escribamos el número capicúa cómo *abba*. Para a tenenos 9 posibilidades y para b tenemos 10 posibilidades, por tanto hay 90 números capicúas de la forma *abba*.

Pregunta de Desarrollo(6 puntos) Las integrantes del equipo de gimnasia rítmica del colegio (Adriana, Fresia, Helena, Juieta y Matilde) pueden practicar de lunes a viernes y de 15.00 a 19.00 horas. Helena entrena lunes, miércoles y viernes en horarios de 15.00 a 19.00; Adriana entrena lunes, martes, miércoles y viernes en horarios de 16.00 a 18.00; Matilde entrena martes, miércoles, jueves y viernes en horario de 17.00 a 19.00 horas; Julieta entrena martes y viernes de 15.00 a 18.00 horas y jueves de 16.00 a 19.00 horas; Fresia entrena de Lunes a viernes de 17.00 a 19.00 horas.

- Señale los días y horarios en que no hay ninguna niña entrenando;
- Señale los días y horarios en que hay cuatro niñas entrenando;
- Señale si hay algún horario en que entrena todo el equipo junto.
- Señale los días y horarios en que hay una niña entrenando;
- Señale los días y horarios en que hay dos niñas entrenando;
- Señale los días y horarios en que hay tres niñas entrenando;

Solución:
Indicamos cada niña con su inicial y hacemos la tabla de los entrenamientos. De aquí se pueden responder todas las preguntas

Horario \ Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
15:00-16:00	H	J	H		H,J
16:00- 17:00	A, H	A, J	A, H	J	A,H,J
17.00-18:00	A,F,H	A,F,J,M	A,F,H,M	F,J,M	A,F,H,J,M
18.00-19:00	H,F	F,M	F,H,M	F,J,M	F,H,M

Prueba para 8° Básico

A continuación se presentan 7 preguntas con 5 alternativas cada una. Sólo debe **marcar claramente su preferencia** con una $\times$ sobre la letra seleccionada. Además, deberá **justificar** su respuesta con un desarrollo adecuado para la pregunta.
La justificación no debe estar en esta hoja, **aquí solo debe marcar la alternativa.Cada pregunta correcta, con su debida justificación, tendrá 2 puntos. Mientras que una pregunta correcta, sin justificación, sólo tendrá 1 punto. Y, en el caso de tenerla incorrecta, obtendrá 0 puntos en esa pregunta.**

1. El valor de la expresión:

$$(1+\frac{1}{1})\times(2+\frac{1}{2})\times(3+\frac{1}{3})\times(4+\frac{1}{4})\times(5+\frac{1}{5})$$

   es igual a:

   a) $\frac{3\times5\times7\times11}{3}$ *b*) $\frac{3\times5\times7\times11\times13}{3}$ *c*) $\frac{3\times5\times7\times11\times13\times17}{3}$ *d*) $\frac{5\times13\times17}{3}$ *e*) $\frac{3\times11\times17}{3}$

   Solución: D

   El producto es

$$\frac{2}{1}\times\frac{5}{2}\times\frac{10}{3}\times\frac{17}{4}\times\frac{26}{5}=\frac{5\times13\times17}{3}.$$

2. Sea M un número natural cuya suma de dígitos es 27 ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son siempre ciertas ?

   I.- M no puede ser menor a 990 II.- M es múltiplo de 9 III.- M es múltiplo de 6

   a) *I* y *II* *b*) *I* y *III* *c*) *II* y *III* *d*) *I*,*II* y *III* *e*) sólo *I*.

   Solución: A

   Cómo la suma de dígitos es 27, el número es divisible por 9. El único número, menor a 1000, cuya suma de dígitos es 27 es 999. Todos os otros son números mayores a 1000. 999 no es divisible por 6.

3. Se da el número $(1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9)^{2017}$

   ¿es múltiplo de 27; ¿es múltiplo de 64?; ¿es múltiplo de 96?

a) sólo es múltiplo de 27 y 64

b) es múltiplo de $27, 64$ y 96

c) sólo es múltiplo de 27 y 96

d) sólo es múltiplo de 64 y96

e) Ninguna de las anteriores.

Solución: B

El número tiene cómo factores a 3^3; $8 \times 3 \times 4$ y 8^2.

4. Considere un rectángulo de lados a y b. Suponga que el largo es igual a dos veces el ancho. En esta caso la razón entre el área y el perímetro del rectángulo es:

   a) dos tercios del ancho

   b) el doble del ancho

   c) un tercio del ancho

   d) tres veces el ancho

   e) un sexto del ancho.

   Solución: C

   Suponemos $b = 2a$ entonces $\frac{a\times b}{2(a+b)} = \frac{a\times 2a}{2\times 3a} = \frac{1}{3} \times a$.

5. En una pizzería el cocinero divide cada pizza en 16 pedazos. En cada pedazo de pizza el cocinero coloca la misma cantidad de aceitunas, pudiendo variar de una pizza a otra. Si en la primera pizza coloca la cuarta parte de una aceituna en cada pedazo y luego va doblando la cantidad de aceitunas que colocó en la pizza anterior: ¿cuántas aceitunas colocará en la séptima pizza?

   a) 16

   b) 32

   c) 64

   d) 128

   e) 256

   Solución: E

   Coloca en total $2^6 \times \frac{1}{4} \times 16 = 16 \times 16 = 256$ aceitunas en la séptima pizza.

6. Considere dos números naturales a y b con $a < b$. Entonces, respecto de los números racionales $\frac{a}{b}, \frac{a+1}{b+1}, \frac{a+2}{b+2}$ y $\frac{a+3}{b+3}$ podemos decir

   a) Son todos iguales

   b) $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1} < \frac{a+2}{b+2} < \frac{a+3}{b+3}$

   c) $\frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1} > \frac{a+2}{b+2} > \frac{a+3}{b+3}$

   d) $\frac{a}{b} < \frac{a+2}{b+2} < \frac{a+1}{b+1} < \frac{a+3}{b+3}$

   e) $\frac{a}{b} < \frac{a+3}{b+3} < \frac{a+2}{b+2} < \frac{a+1}{b+1}$

   Solución: B

   Se hace la diferencia de las fracciones o se reemplazan valores y se verifica la respuesta correcta.

7. El automóvil del Profesor Labarca no está muy bueno y sólo consigue recorrer 1800 metros en un minuto y 15 segundos. Necesita viajar a Talca y la distancia entre Santiago y Talca es aproximadamente 257,4 km.¿cuánto tiempo demora?

   a) 180 minutos y 45 segundos

   b) 181 minutos y 15 segundos

   c) 182 minutos y 30 segundos

   d) 187 minutos y 45 segundos

   e) 178 minutos y 45 segundos

Solución: E

en 100 minutos y 1500 segundos = 125 minutos, anda 180,000 metros. Luego en 40 minutos con 600 segundos= 50 minutos recorre 72000 metros, finalmente en 3 minutos y 45 segundo anda 5.400 metros:

Así en 178 minutos y 45 segundos recorre 257,4 kilometros.

Pregunta de Desarrollo(6 puntos) Considere un rectángulo. Si trazamos un segmento, distinto de los bordes, que une dos lados paralelos, dividimos al rectángulo en dos regiones.

1. Señale la menor y la mayor cantidad de regiones en que se divide un rectángulo usando dos segmentos, distintos entre ellos y distintos de los bordes. Dibuje un ejemplo para cada caso.

2. Señale la menor y la mayor cantidad de regiones en que se divide un rectángulo usando tres segmentos, distintos entre ellos y distintos de los bordes. Dibuje un ejemplo para cada caso. Además, dibuje un ejemplo para cada valor intermedio.

3. Señale la menor y la mayor cantidad de regiones en que se divide un rectángulo usando cuatro segmentos, distinto de los bordes. Dibuje un ejemplo para cada caso. Además, dibuje un ejemplo para cada valor intermedio.

Solución:
La siguiente tabla muestra el mínimo y máximo de regiones en que se divide el rectángulo usando $2, 3$ o 4 segmentos.

Segmentos	mínimo	máximo
2	3	4
3	4	7
4	5	11