

Entreguen solo una respuesta por equipo.

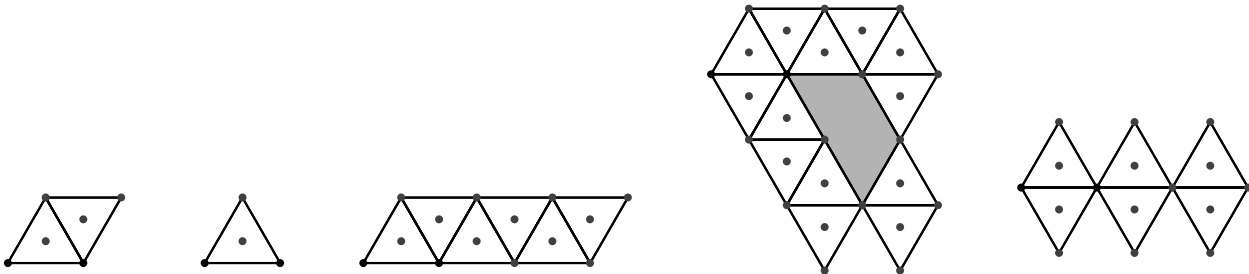
Campos felices

Todos nosotros tenemos alguna noción de lo que es el campo. A saber, una extensión limitada de tierra más o menos verde. Pero, también, podríamos decir que es una extensión limitada. Bueno, por ahí podemos empezar a hacer matemática y como tal podemos definir, por ejemplo, campos felices....

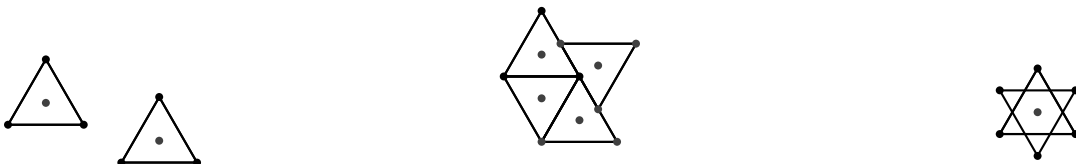
Definición (Campo): Entenderemos por **campo** a una figura formada por una concatenación de triángulos equiláteros de lado 1, de tal modo que cada triángulo tenga al menos una arista en común con otro triángulo y que, además, se cumpla:

- ninguna arista de algún triángulo, que forma el campo, puede ser cortada por otra
- no se pueden agregar otras figuras que no sean triángulos equiláteros de lado 1 a la construcción
- el contorno del campo debe poder ser recorrido desde un punto, continuar por alguna arista y seguir hasta llegar nuevamente a ese punto; es decir, no está compuesto por figuras sin contacto.

Por ejemplo, las siguientes 5 figuras cumplen con todas las condiciones para ser llamadas Campos.



Por otro lado, las siguientes 3 figuras no cumplen con alguna parte de la definición de campo, por tanto, no pueden ser llamadas de esa manera.



(a) Esto no es un campo, porque son dos figuras separadas.

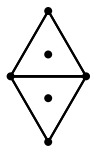
(b) No es, ya que el triángulo superior derecho no tiene una arista en común con alguno de los otros.

(c) Se están cortando las aristas, por tanto, no es campo.

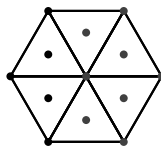
En lo que sigue cuándo hablemos de triángulo nos estamos refiriendo a triángulos equiláteros de lado 1 (a menos de mención explícita de otro sentido).

Definición (Contorno): Llamaremos **contorno** al número de aristas, de un campo, que pertenecen a sólo un triángulo de la figura; y, por tanto, es el perímetro del campo. Además, lo notaremos con la letra C .

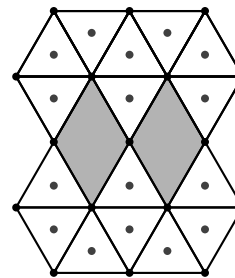
Por ejemplo:



(a) $C = 4$

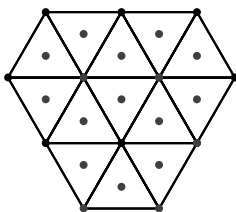


(b) $C = 6$

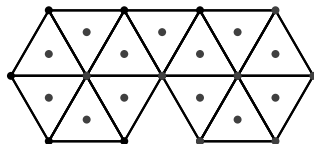


(c) $C = 20$

Definición (Hexágono extraíble) (HE): Llamaremos **hexágono extraíble** a todo hexágono regular formado por seis triángulos, completamente contenido en un campo.



(a) $\#HE = 3$



(b) $\#HE = 2$



(c) $\#HE = 0$

En algunos de los problemas que siguen, colocaremos algún peso a cada triángulo que forma un campo. Por ejemplo: si queremos que todo triángulo pese lo mismo le colocamos a cada triángulo un valor a (puede ser $a = 1, 2, 3, \dots$). También, podemos colocar un valor distinto a cada triángulo de un campo. A este peso le llamamos el valor del triángulo.

Definición (Valor): A cada triángulo equilátero de lado 1, que componga un campo, le asociamos un valor entero positivo, en caso de no tenerlo se marca con un "." para diferenciar de las que no pertenecen al campo. El "valor" de un triángulo es igual al valor numérico de ese triángulo.

El "valor" de un HE o de un campo, es la suma de los valores de los triángulos que lo componen.

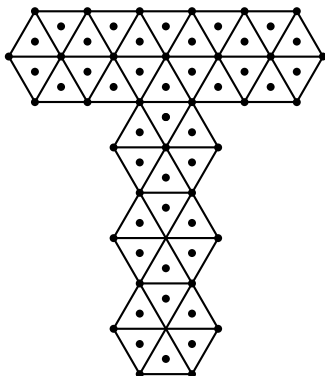
Definición: (Campo Feliz) Un campo se dirá **feliz** si satisface que los valores de todos sus hexágonos extraíbles es el mismo.

Definición (Configuración en cadena): Una **configuración en cadena** es una configuración de valores, del campo, tal que

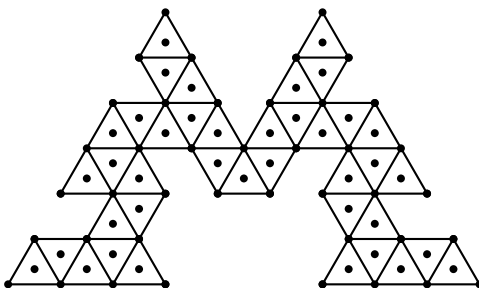
- Todos los triángulos tienen un valor numérico no nulo;
- Los valores pertenecen a una sucesión del mismo largo que la cantidad de triángulos de lado 1 del campo
- Los números que son consecutivos en la sucesión, aparecen en triángulos que comparten un vértice.

Problema 1.

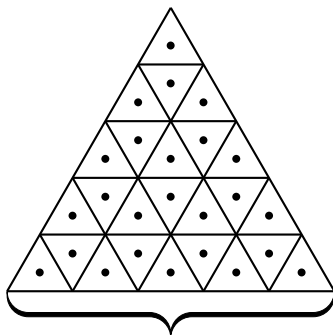
- a) Cuente la cantidad de triángulos equiláteros de lado 1 que pertenezcan al menos a un Hexágono extraíble en el siguiente campo.
- b) ¿Cuál es el contorno del campo?



Problema 2. Indique la cantidad mínima de triángulos equiláteros de lado 1 que se deben agregar para que la figura tenga luego 11 Hexágonos extraíbles.

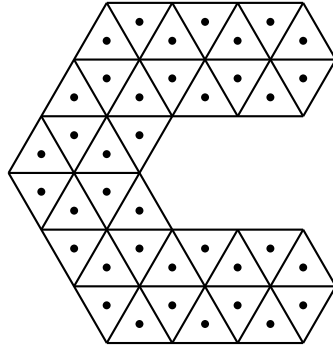


Problema 3. El siguiente campo tiene la forma de un triángulo equilátero de lado n . Calcule la cantidad de hexágonos extraíbles para $n = 20$.



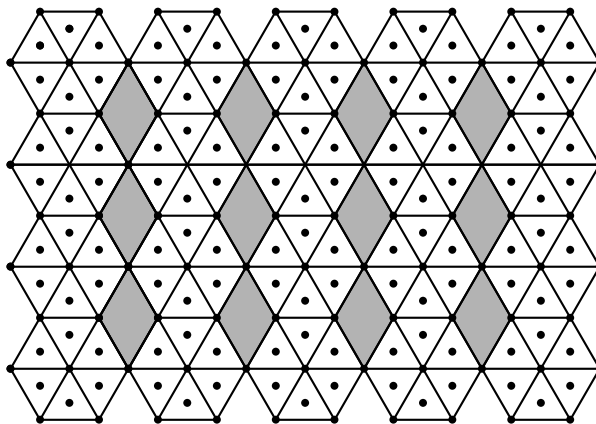
n triángulos equiláteros de lado 1 en la base

Problema 4. Dada la siguiente figura, rellene los 38 triángulos equiláteros tal que:



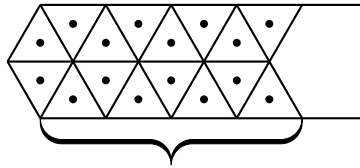
- a) Sea un campo feliz.
- b) Sea un campo feliz con una configuración en cadena y que los valores usados sean los de la sucesión $\{1, 2, 3, \dots, 37, 38\}$.
- c) Sea un campo feliz y que los valores usados sean los de la sucesión $\{a, 2a, 3a, \dots, 37a, 38a\}$.

Problema 5. Considere el siguiente campo:



- a) Muestre una configuración de campo feliz tal que todos los valores de los triángulos de lado 1 sean distintos entre sí.
- b) Consideren las 3 sucesiones, $S_1 = \{1, 2, 3, \dots\}$, $S_2 = \{2a, 2(a+1), 2(a+2), \dots\}$ y $S_3 = \{a + 2018, 2(a + 2018), 3(a + 2018), \dots\}$, haga una configuración de campo feliz tal que cada hexágono extraíble tenga dos números de cada sucesión.

Problema 6. Se construye una figura de la siguiente forma

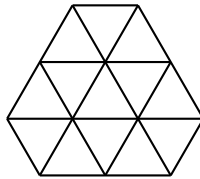


n triángulos equiláteros de lado 1 en la base

Además, se sabe que los valores que pueden tener los triángulos son solo enteros positivos y distintos entre sí, responda:

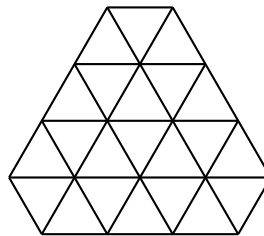
- Si la figura tiene 2018 triángulos de lado 1, ¿cuánto valdrá el lado n ?
- Si en la figura el lado n es 3 y además se sabe que tiene una configuración de campo feliz, que los valores de los triángulos son distintos entre sí, con la suma de éstos 105 y con el 14 como el mayor valor. Construya una configuración con el menor valor de HE posible.
- El campo tiene 4 hexágonos extraíbles, se sabe también que tiene una configuración de campo feliz en cadena, y que el valor de HE es 63. Construya una configuración que cumpla lo pedido

Problema 7. Dada la siguiente figura



- Completar con una configuración de campo feliz.
- Muestre una configuración de campo feliz y que los valores de los triángulos pertenezcan a la sucesión $\{1, 2, 3, \dots, 12, 13\}$ sin repetirse.

Problema 8. Dada la siguiente figura:



- Muestre una configuración de campo feliz.
- Haga una configuración de campo feliz y que los valores de los triángulos pertenezcan a la sucesión $\{1, 2, 3, \dots, 21, 22\}$ sin repetirse.