

Entregue la solución de cada pregunta en hojas separadas.

1] Sea  $\triangle ABC$  un triángulo acutángulo tal que  $\angle A = 60^\circ$  y  $AB \neq AC$ . Sean  $H$ ,  $O$  y  $\Gamma$  el ortocentro, el circuncentro y la circunferencia circunscrita del triángulo  $\triangle ABC$ , respectivamente. Sea  $D$  el punto medio del arco  $BC$  de  $\Gamma$  que no pasa por  $A$ . Pruebe que  $AHDO$  es un rombo.

2] Sea  $f$  una función definida en los reales tal que para todo número real  $x$  cumple que:

$$f(x) = f(2x) = f(1 - x)$$

Pruebe que  $f$  es periódica.