

Aproximación y grupos algebraicos

GIANCARLO LUCCHINI *

Abstract

Dado un sistema de ecuaciones polinomiales con coeficientes enteros, podemos estudiar alternativamente sus soluciones racionales, reales, complejas o incluso módulo algún entero positivo, para luego intentar compararlas. Por ejemplo, dado que los racionales forman un subconjunto denso de los reales, cabe preguntarse si las soluciones racionales del sistema son densas dentro de las soluciones reales. En otras palabras, queremos saber si las soluciones reales son aproximables por soluciones racionales. Preguntas análogas en el mundo de la congruencia módulo llevan a estudiar la densidad en las soluciones “ p -ádicas”.

En esta charla, hablaremos de soluciones reales y p -ádicas de sistemas de ecuaciones, introduciendo debidamente la noción de números p -ádicos como una perfecta analogía de los números reales. Nos concentraremos rápidamente en ecuaciones cuyas soluciones admiten una estructura natural de grupo, definiendo lo que llamamos un “grupo algebraico”. Para este tipo de ecuaciones, la estructura de grupo puede ser usada para reducir ciertos problemas de aproximación a otros más sencillos. Intentaré dar una idea de estos métodos estudiando algunos ejemplos.

*Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile, e-mail: giancarlo.lucchini-arteche@polytechnique.edu