



Movimientos parabólicos

Unidad 1: Funciones reales de una variable real

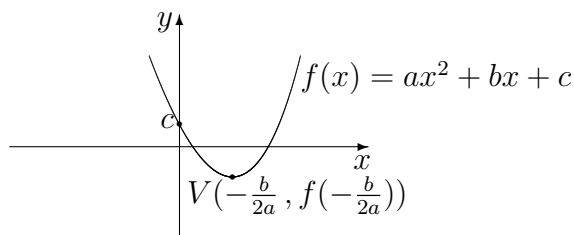
Tema: Modelos cuadráticos.

Capacidades. C.2.: Manejar conceptos y propiedades de las funciones cuadráticas y resolver situaciones problemáticas contextualizadas que son modeladas por estas funciones.

1. La función cuadrática

Una *función cuadrática* tiene la forma

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ con } a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}.$$



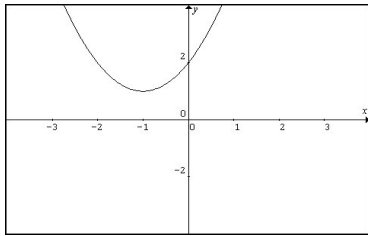
- Intersecta al eje Y en el punto $(0, c)$.
- Intersecta al eje X cuando $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$. En tal caso, los puntos de intersección son las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
- Su gráfica es una parábola con vértice $V = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$.
- La recta vertical $x = -\frac{b}{2a}$ es una recta de simetría de su gráfico.
- Si $a > 0$ la parábola se abre hacia arriba, y si $a < 0$ se abre hacia abajo.

- La fórmula de la función cuadrática se puede presentar de varias maneras:

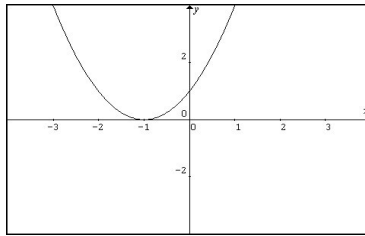
1. $y = f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, donde x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.

2. $y = f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$

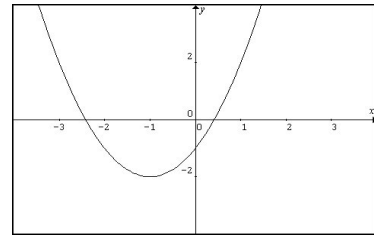
Gráficos de la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$



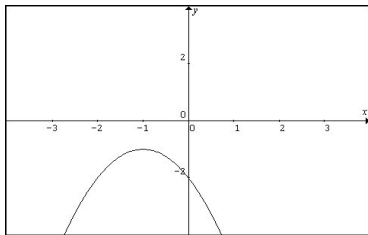
$a > 0, \Delta < 0$



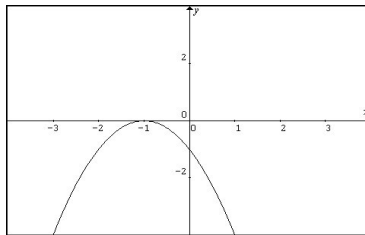
$a > 0, \Delta = 0$



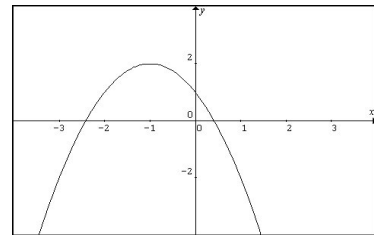
$a > 0, \Delta > 0$



$a < 0, \Delta < 0$



$a < 0, \Delta = 0$



$a < 0, \Delta > 0$

U de Talca

2. Ejemplos

1. Para la función cuadrática $y = 2x^2 - 4x + 20$
 - a) Intersecciones con los ejes coordenados
 - b) su vértice
 - c) su gráfico
 - d) sus intersecciones con la recta $y = 2x + 50$

2. Cuando se lanza un proyectil desde el origen de coordenadas, con velocidad v_0 y en la dirección de la recta $y = mx$, la trayectoria que sigue su movimiento viene modelada por la siguiente función cuadrática

$$y = mx - \frac{g}{2v_0^2}(1 + m^2)x^2 \quad (1)$$

donde y representa la altura del proyectil (en metros), x representa el desplazamiento horizontal del proyectil (en metros) y g la aceleración de gravedad (considerar $g \approx 10m/seg^2$).

Si el proyectil se lanza con una velocidad de $40m/seg$ y en la dirección de la recta $y = x$:

- i) Determinar la ecuación y el gráfico de su trayectoria.
- ii) Calcular la máxima altura alcanzada por el proyectil

Respuestas:

$$y = -\frac{1}{160}x(x - 160)$$

40 m

3. Presentar el número 100 como suma de dos sumandos, tales que el producto del doble del primero por el triple del segundo asuma el valor mas grande posible.

4. Encontrar un punto P en la recta $y = x$, de modo que la suma de los cuadrados de las distancias de este punto a los puntos $(-2, 0)$, $(2, 0)$ y $(0, 5)$ sea la menor posible.

5. Se desea construir una caja de base rectangular de 2cm de ancho. Determinar las dimensiones de la caja de mayor volumen que se puede construir si las sumas de todas sus aristas debe ser igual a 40cm .

6. Un barco parte hacia el sur, desde un muelle, a las 14:00 horas, con una velocidad de $20 \frac{km}{h}$. Otro barco que viene desde el este a $10 \frac{km}{h}$ llega a este muelle a la 15:00 horas. ¿A qué hora ambos barcos se encontraron lo más cerca posible?