

Índice

| | |
|---|-----------|
| 1. Desafío inicial | 2 |
| 2. Ecuaciones lineales en dos variables | 3 |
| 2.1. Conceptos básicos | 3 |
| 2.1.1. Ejemplos de E.L. en dos variables | 4 |
| 2.2. Resolución de E.L. | 5 |
| 2.3. Conjunto solución | 6 |
| 2.3.1. Ejemplo | 6 |
| 2.3.2. Solución gráfica | 7 |
| 2.3.3. Ejemplo | 7 |
| 3. Sistema de ecuaciones en dos variables (SEL) | 8 |
| 3.1. ¿Qué son? | 8 |
| 3.2. Solución de SEL | 9 |
| 3.3. Resolución de un sistema | 10 |
| 3.4. Métodos algebraicos para resolver un SEL | 11 |
| 4. Inecuaciones lineal en dos variables | 12 |
| 4.1. Soluciones de una inecuación lineal | 12 |
| 4.2. Gráfica de una desigualdad lineal | 13 |
| 5. Sistema de inecuaciones en dos variables | 15 |
| 5.1. Ejemplo 1 | 17 |
| 5.2. Ejemplo 2 | 18 |
| 5.3. Ejemplo 3 | 20 |

1. Desafío inicial

Modelar matemáticamente la siguiente situación:

En una pastelería se fabrican dos clases de tortas. La primera necesita 2,4 Kg de harina y 3 horas de elaboración. La segunda necesita 4 Kg de masa y 2 horas de elaboración. Calcular el número de tortas elaboradas de cada tipo si se han dedicado 67 horas de trabajo y 80 Kg de harina.

2. Ecuaciones lineales en dos variables

2.1. Conceptos básicos

Una ecuación lineal (E.L.) en dos variables, por ejemplo en las variables x e y , es una ecuación de la forma:

$$ax + by = c$$

donde a , b y c son números reales.

2.1.1. Ejemplos de E.L. en dos variables

$$2x + 3y = 6, \quad 2x - y = 0 \quad x - y = y + 2$$

Notar que $x - xy = 3$ $\frac{1}{x} - x + 2y = 3$ no son E.L.

2.2. Resolución de E.L.

Resolver la ecuación lineal $ax + by = c$ en \mathbb{R}^2 , consiste en determinar todos los pares de números reales, (x, y) , que satisfacen la ecuación.

2.3. Conjunto solución

El *conjunto solución* de la ecuación:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / ax + by = c\}$$

es el conjunto de todos los pares ordenados de \mathbb{R}^2 , que satisfacen dicha ecuación.

2.3.1. Ejemplo

El conjunto solución de la E.L.

$$2x - 3y = 4$$

es

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 2x - 3y = 4\} = \left\{ \left(x, \frac{2x - 4}{3} \right) / x \in \mathbb{R} \right\}.$$

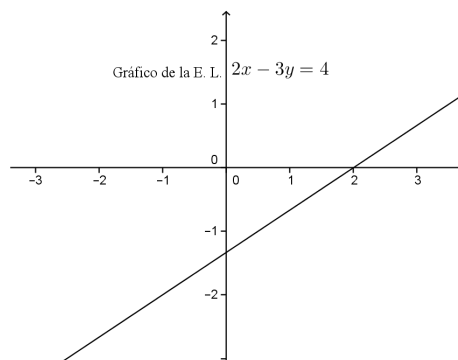
Algunos elementos de S son $(5, 2)$ y $(0, -\frac{4}{3})$, etc.

2.3.2. Solución gráfica

En \mathbb{R}^2 , el conjunto solución de la ecuación $ax + by = c$, con $a \neq 0$ o $b \neq 0$, se representa por una línea recta.

2.3.3. Ejemplo

El gráfico del conjunto solución de la E.L. $2x - 3y = 4$ es la recta:



3. Sistema de ecuaciones en dos variables (SEL)

3.1. ¿Qué son?

Un conjunto de dos ecuaciones lineales

$$\begin{array}{l} ax + by = c \\ px + qy = r \end{array} \quad (*)$$

con dos incógnitas o variables x e y , se denomina *sistema de dos ecuaciones lineales*, donde a , b , p y q son los *coeficientes del sistema*, y los términos c y r son los *términos independientes* o *constantes del sistema*. Los coeficientes y las constantes del sistema son números reales.

3.2. Solución de SEL

Una solución de un SEL con dos incógnitas, es todo par ordenado de números reales (x, y) , que satisfacen cada una de las ecuaciones que conforman el sistema.

Al proceso de determinar todas las soluciones de un sistema se le denomina: *resolver el sistema*.

3.3. Resolución de un sistema

Al proceso de determinar todas las soluciones de un sistema se le denomina: *resolver el sistema*.

En general, un SEL, puede tener o no soluciones. En el primer caso se dice *consistente*, y en el segundo *inconsistente*. Cuando un SEL es consistente, puede tener *una única solución*, o bien *infinitas soluciones*.

3.4. Métodos algebraicos para resolver un SEL

Para resolver un SEL existen métodos: tres algebraicos y uno gráfico.

4. Inecuaciones lineal en dos variables

Una *inecuación lineal en dos variables* x e y es una expresión del tipo:

$$ax + by + c \underbrace{\leq}_{>, \leq, \geq} 0 \quad (*)$$

4.1. Soluciones de una inecuación lineal

- Un par ordenado (x_0, y_0) es *solución* de la inecuación (*), si y solo si, al sustituir x por x_0 e y por y_0 , se satisface la inecuación.
- *Conjunto solución* de la inecuación:

$$S = \{(x, y) \in R^2 / (x, y) \text{ es solución de la inecuación}\}$$

4.2. Gráfica de una desigualdad lineal

Ejemplo: Graficar la desigualdad $3x - 2y < 6$

P-1) Trazar la gráfica de la *ecuación asociada*.

Nota: Se grafica con línea *punteada* si la inecuación *tiene* $<$, o $>$. Y con línea continua, si *tiene* \leq o \geq .

En el ejemplo: Graficar la ecuación $3x - 2y = 6$, con línea punteada. Esta recta determina dos regiones en el plano.

P-2) Tomar un **punto de prueba** (a, b) , en una región (que no cumpla la ecuación), y determinar si el punto de prueba satisface la desigualdad.

En el ejemplo.

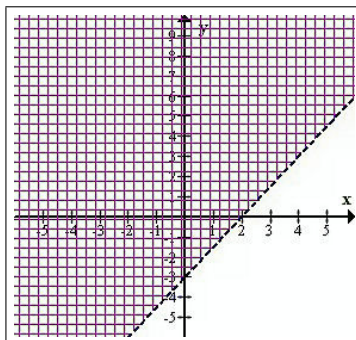
- Punto de prueba: $(1, 0)$
- ¿ $3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 < 6$?: SI, luego $(1, 0)$ satisface la inecuación.

P-3) Si el punto de prueba (a, b) satisface la inecuación, entonces el conjunto solución S de la inecuación es:

- la región que contiene al punto (a, b) (si la desigualdad es $<$ o $>$), o bien
- la región que contiene al punto (a, b) junto con la recta (si la desigualdad es \leq o \geq).

Nota. Si el punto de prueba no satisface la inecuación entonces el conjunto solución de la desigualdad es la otra región (con o sin la recta, dependiendo de la desigualdad).

En el ejemplo, la gráfica de la inecuación $3x - 2y < 6$ es la región que se encuentra sombreada en la figura, sin incluir la recta $3x - 2y = 6$ (se encuentra con línea punteada).



5. Sistema de inecuaciones en dos variables

Un conjunto de, al menos, dos inecuaciones lineales, por ejemplo

$$\left. \begin{array}{l} ax + by < c \\ px + qy \geq r \end{array} \right| (**)$$

Dado un sistema de inecuaciones en dos variables x e y .

- Un par ordenado (a, b) es solución del sistema de inecuaciones si y solo si, (a, b) satisface cada inecuación del sistema.
- El conjunto solución de un sistema de inecuaciones, es el conjunto:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (x, y) \text{ es solución de cada inecuación}\}$$

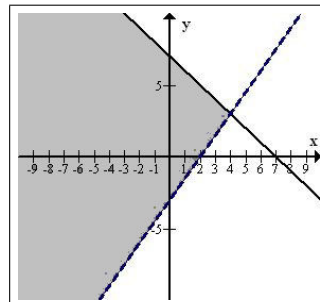
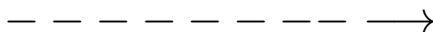
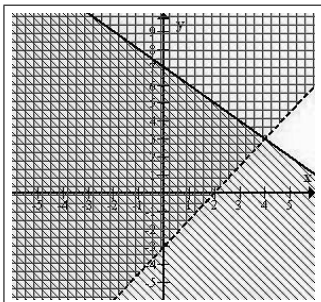
- Representación gráfica de un sistema de desigualdades es la región del plano, que contiene a todos los puntos que resuelven el sistema de desigualdades (intersección de todos los conj. solución de las desigualdad que forman el sistema).
- Interesa representar gráficamente el conjunto solución de sistemas de desigualdades lineales.

5.1. Ejemplo 1

Encontrar el gráfico del conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y < 6 \\ x + y \leq 7 \end{cases}$$

Solución:

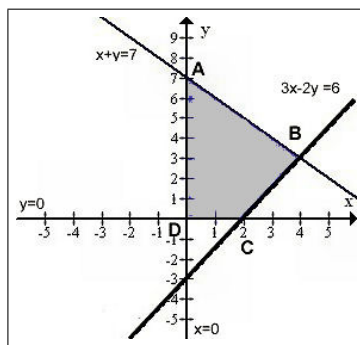


5.2. Ejemplo 2

Encontrar el gráfico del conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y < 6 \\ x + y \leq 7 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Solución:



5.3. Ejemplo 3

Gráficar del conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} -x + y \leq 11 \\ x + y \leq 27 \\ 2x + 5y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$