

1) Sobre búsqueda de modelos

En una pastelería se fabrican dos clases de tortas: de manjar y chocolate. Cada torta de manjar necesita 2,4 Kg de harina y cada torta de chocolate necesita 3 Kg harina. Sabiendo que todos los días se ocupan en total 84 kilos de harina, determinar el modelo funcional que exprese la cantidad de tortas de manjar fabricadas por día en función de la cantidad de tortas de chocolate fabricadas cada día.

Desarrollo: Sean

- m = Número de tortas de manjar que se hacen por día
- c = Número de tortas de chocolate que se hacen por día

De los datos entregados se tiene que

$$2,4m + 3c = 84 \quad (1)$$

de donde

$$m = 25 - 1,25c$$

y de (1)

$$\text{dom}(m) = [0, 28]$$

2) Sobre modelos lineales y cuadráticos

Dos amigos, Aldo y Mauricio, corren durante 15 minutos, a velocidades (en metros por minuto) modeladas, respectivamente, por las funciones:

$$f(x) = x^2 - 8x + 24, \quad g(x) = 4x + 24$$

donde x es el tiempo medido en minutos.

Trabajando algebraicamente (no se aceptan tablas de valores ni gráficos), se pide,

- a) Determinar el (o los) momento(s) en los cuales ambos amigos llevan la misma velocidad.

Desarrollo: Ambos amigos llevan la misma velocidad, cuando

$$x^2 - 8x + 24 = 4x + 24$$

de donde $x = 0$ y $x = 12$.

Respuesta: Ambos amigos llevan la misma velocidad cuando parten ($t=0$) y a los 12 minutos.

- b) ¿En qué momento, la diferencia entre las velocidades de Mauricio y Aldo es mayor?

Desarrollo: Sea d la diferencia entre las velocidades de Mauricio y Aldo, luego

$$d = 4x + 24 - (x^2 - 8x + 24) = -x^2 + 12x$$

luego, d es máximo en

$$x = -\frac{b}{2a} = 6$$

Respuesta: La diferencia entre las velocidades de Mauricio y Aldo es mayor a los 6 minutos.

3) Sobre modelos exponenciales y logarítmicos

Modelo de enfriamiento de Newton: Si $T = T(t)$ representa la temperatura de un cuerpo en el instante t , entonces la función que modela esta situación es:

$$T = T(t) = t_m + (t_0 - t_m)e^{-kt}$$

donde t_0 es la temperatura inicial del cuerpo (es decir, cuando $t = 0$), t_m es la temperatura del medio ambiente y k es una constante positiva que depende de la situación en estudio.

Actividad: Una taza de chocolate se retira de la cocina cuando alcanza 70° C de temperatura y se pone a reposar en la mesa de una habitación, donde la temperatura del aire es de 10° C. Transcurrido 1 minuto, la temperatura del chocolate es de 60° C

- a) Determinar el modelo funcional que modela la temperatura del chocolate.

Desarrollo: Según el modelo de enfriamiento de Newton

$$T = 10 + (70 - 10)e^{-kt}$$

es decir

$$T = 10 + 60e^{-kt}$$

y usando que transcurrido 1 minuto, la temperatura del chocolate es de 60° C, se tiene que

$$60 = 10 + 60e^{-k}$$

de donde $k \approx 0,18$,

Respuesta: El modelo funcional que modela la temperatura del chocolate es

$$T = 10 + 60e^{-0,18t}, \quad \text{con } t \geq 0$$

- b) ¿Cuánto tiempo demorará el chocolate en enfriarse a 12° C?

Desarrollo: El chocolate se enfriará a 12° C, cuando

$$12 = 10 + 60e^{-0,18t}$$

de donde $t \approx 28,34$.

Respuesta: El chocolate se enfriará a 12° C a los 28.3 minutos, aproximadamente.