

# Curso Electivo: Métodos Variacionales

**Profesor:** Hernán Castro  
**Tercer Trimestre**

Muchos problemas de interés en análisis suelen ser de la siguiente forma: Encontrar  $u \in V$  tal que

$$(1) \quad f(u) = 0,$$

donde usualmente  $V$  es un espacio de Banach, y  $f$  es una función no lineal. Una clase particular de estos problemas son las llamadas ecuaciones de Euler-Lagrange, esto es, ecuaciones de la forma

$$(2) \quad DE(u) = 0,$$

donde  $E$  es una función (Fréchet) diferenciable en un espacio de Banach, y  $DE$  denota su derivada. Cuando una ecuación como (1) se puede escribir en la forma (2) diremos que la ecuación tiene una *formulación variacional* y el propósito principal de este curso es mostrar algunos métodos para resolver ecuaciones que tienen dicha formulación.

**Pre-requisitos:** Análisis funcional (espacios de Banach, dualidad, compacidad en las distintas topologías, funciones diferenciables en espacios de Banach) y algunas nociones básicas de espacios de Sobolev.

## Contenidos del curso

### Parte 1: Métodos de minimización

1. Semi-continuidad inferior y compacidad.
2. Minimización con restricciones: multiplicadores de Lagrange.
3. Principio de concentración-compacidad.

### Parte 2: Métodos Minimax

1. La condición de Palais-Smale.
2. El lema del paso de la montaña.
3. Algunas aplicaciones

## Bibliografía

1. A. Ambrosetti, P. Rabinowitz, *Dual variational methods in critical point theory and applications*, J. Functional Analysis 1973.
2. H. Brezis, L. Nirenberg, *Positive solutions of nonlinear elliptic equations involving critical Sobolev exponents*, Comm. Pure Appl. Math. 1983.
3. I. Ekeland, R. Témén, *Convex Analysis and Variational Problems*, SIAM 1999.
4. P.-L. Lions, *The concentration-compactness principle in the calculus of variations. The locally compact case, I & II*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 1984.
5. P.-L. Lions, *The concentration-compactness principle in the calculus of variations. The limit case, I & II*, Rev. Mat. Iberoamericana 1985.
6. M. Struwe, *Variational Methods*, Springer 2008.