Nombre del curso	COMPLEMENTOS DE ANÁLISIS
Descripción del curso	LA INTRODUCCION AL ANÁLISIS FUNCIONAL
Objetivos	ESTE CURSO TIENE COMO OBJETIVO LA INTRODUCCION DE LOS ESTUDIANTES A LOS CONCEPTOS Y RESULTATOS BASICOS DEL ANÁLISIS FUNCIONAL. APRENDIZAJE DE LAS TECNICAS TIPICAS PARA ESTE RAMO DE MATEMATICAS.
Contenidos	• LEMA DE ZORN. ESPACIOS LINEALES. BASES DE HAMEL. ESPACIOS GENERADOS POR CONJUNTOS DE ELEMENTOS, ESPACIOS COCIENTES, SUMA DE CONJUNTOS, SUMA DIRECTA DE ESPACIOS LINEALES. • CONJUNTOS CONVEXOS Y SUS PROPIEDADES. COMBINACIONES CONVEXAS. ENVOLVENTES CONEXAS. CONJUNTOS EXTREMOS Y SUS PROPIEDADES. • OPERADORES LINEALES Y SUS PROPIEDADES. OPERADORES LINEALES DEGENERADOS Y SEUDO INVERTIBLES. • ÍNDICE DE UN OPERADOR SEUDO INVERTIBLE. TEOREMA SOBRE EL ÍNDICE DEL PRODUCTO DE OPERADORES. TEOREMA SOBRE LA ESTABILIDAD DEL ÍNDICE. • LA FORMA ANALÍTICA DEL TEOREMA DE HAHN-BANACH PARA LOS ESPACIOS REALES. TEOREMA DE HAHN-BANACH PARA ESPACIOS LINEALES SOBRE LOS NÚMEROS COMPLEJOS. • LAS FORMAS GEOMÉTRICAS DEL TEOREMA DE HAHN-BANACH: TEOREMAS DE SEPARACIÓN. FUNCIONAL DE CALIBRACIÓN (THE GAUGE) DE UN CONJUNTO CONVEXO, SUS PROPIEDADES. • TEOREMA DE AGNEW-MORSE. • EXTENSIÓN DE FUNCIONALES LINEALES POSITIVOS: TEOREMA DE MARK KREIN. • LIMITES DE BANACH, TEOREMA DE SU EXISTENCIA. • FUNCIONES DE CONJUNTOS FINITAMENTE ADITIVAS, POSITIVAS Y TRASLACIÓN INVARIANTES. • ESPACIOS NORMADOS. NORMAS EQUIVALENTES, SUMAS DE ESPACIOS, ESPACIOS COCIENTES. ESPACIOS DE BANACH. COMPLETACIÓN DE UN ESPACIO NORMADO. • ESPACIOS $B(S)$, $C[0,1]$, $L1$, LP, $P > 1$, ESPACIOS $W^{M,P}$ DE SOBOLEV. DESIGUALDAD DE HOLDER. • ESPACIOS SEPARABLES. BASES DE SCHAUDER. LEMA DE RIESZ SOBRE LA EXISTENCIA DE VECTORES CASI ORTOGONALES EN ESPACIOS NORMADOS. NO COMPACIDAD DE LA ESFERA UNITARIA EN LOS ESPACIOS DE DIMENSIÓN INFINITA. • NORMAS ESTRICTAMENTE CONVEXAS (O ESTRICTAMENTE SUBADITIVAS) Y UNIFORMEMENTE CONVEXAS, RELACIÓN ENTRE ESTOS CONCEPTOS. EJEMPLO DE LA DISTANCIA NO ALCANZABLE ENTRE UN PUNTO Y UN SUBESPACIO CERRADO. • DISTANCIA ENTRE UN CONJUNTO CERRADO CONVEXO Y UN PUNTO EN UN ESPACIO DE BANACH UNIFORMEMENTE CONVEXO (CON APLICACIONES A ESPACIOS DE HILBERT).

- ISOMETRÍAS. TEOREMA DE MAZUR-ULAM. UN EJEMPLO: ISOMETRÍAS DE C_0.
- PRODUCTO ESCALAR, SUS PROPIEDADES. DESIGUALDAD DE SCHWARZ. ESPACIOS DE HILBERT. COMPLEMENTO ORTOGONAL A UN SUBESPACIO CERRADO.
- ESPACIO DUAL H^* DE FUNCIONALES LINEALES CONTINUOS. TEOREMA DE REPRESENTACIÓN DE RIESZ-FRECHET. LEMA DE LAX-MILGRAM.
- SISTEMAS Y BASES ORTONORMALES. EXISTENCIA DE BASES ORTONORMALES EN ESPACIOS DE HILBERT. DESIGUALDAD DE BESSEL. IDENTIDAD DE PARSEVAL. SERIES DE FOURIER EN H.
- DESCRIPCIÓN DE ESPACIOS SEPARABLES DE HILBERT. MÉTODO DE ORTOGONALIZACION DE GRAM-SCHMIDT.
- MEDIDAS ABSOLUTAMENTE CONTINUAS CON RESPECTO A LA MEDIDA DADA, 2 DEFINICIONES. TEOREMA DE RADON-NIKODYM.
- ESPACIO DUAL X^*, SU COMPLETITUD. TEOREMA DE KAKUTANI. 4 TEOREMAS SOBRE LA EXTENSIÓN DE FUNCIONALES LINEALES CONTINUOS. "SPANNING CRITERION".
- ESPACIOS REFLEXIVOS: EJEMPLOS. TEOREMA DE MILMAN (CONVEXIDAD UNIFORME IMPLICA REFLEXIVIDAD). TEOREMA DE CLARKSON, LA PRIMERA DESIGUALDAD DE CLARKSON (PARA $P>2$). ESPACIOS DUALES A L_P, $P \geq 1$.
- NO REFLEXIVIDAD DE ESPACIOS $C[A,B]$, L_1(R) CON SUS NORMAS CANÓNICAS. ESPACIOS QUE TIENEN SUS ESPACIOS DUALES SEPARABLES. SUBESPACIOS CERRADOS DE ESPACIOS REFLEXIVOS. NORMA DE UN FUNCIONAL EN EL ESPACIO REFLEXIVO.
- FUNCIÓN DE SOPORTE DE UN CONJUNTO EN EL ESPACIO NORMADO, SUS PROPIEDADES. ENVOLVENTE CONVEXA CERRADA DE UN CONJUNTO, SU DESCRIPCIÓN EN TÉRMINOS DE LA FUNCIÓN DE SOPORTE.
- TEOREMAS DE APROXIMACIÓN DE MUNTZ Y DE RUNGE.
- CONVERGENCIA DÉBIL Y DÉBIL-*: EJEMPLOS. TEOREMA DE SCHUR (CONVERGENCIA DÉBIL EN L_1(R)).
- TEOREMA DE TOEPLITZ (CONVERGENCIA HACIA LA FUNCIÓN DELTA DE DIRAC). TEOREMA DE TOEPLITZ PARA LAS SUCESIONES. TEOREMA DE STOLZ.
- TEOREMA DE BANACH-STEINHAUS (EL PRINCIPIO DE ACOTACIÓN UNIFORME) Y SUS APLICACIONES.
- 1R TEOREMA DE MAZUR (CONJUNTO CONVEXO CERRADO EN NORMA ES CERRADO CON RESPECTO A LA CONVERGENCIA DÉBIL). RELACIÓN ENTRE LA ENVOLVENTE CONVEXA CERRADA DE UN CONJUNTO A Y LA ENVOLVENTE CONVEXA SECUENCIALMENTE DÉBILMENTE CERRADA DE A. 2DO TEOREMA DE MAZUR (RELACIÓN ENTRE LA CONVERGENCIA DÉBIL Y

	CONVERGENCIA FUERTE DE COMBINACIONES CONVEXAS). • COMPACIDAD DÉBIL SECUENCIAL DE UNA BOLA CERRADA UNITARIA EN UN ESPACIO REFLEXIVO. TEOREMA DE EBERLEIN-SMULIAN. DISTANCIA ENTRE UN CONJUNTO CERRADO CONVEXO Y UN PUNTO EN UN ESPACIO REFLEXIVO. • COMPACIDAD DÉBIL-* SECUENCIAL. TEOREMA DE HELLY. RELACIÓN ENTRE LA CONVERGENCIA DÉBIL Y DÉBIL-* EN X^*. • EL MÉTODO DE GALERKIN. TEOREMA DE HERGLOTZ-RIESZ. • TOPOLOGÍAS DÉBIL $\Sigma(X,X^*)$ Y DÉBIL-* $\Sigma(X^*,X)$, DESCRIPCIÓN DE SUS BASES, PROPIEDAD DE SEPARACIÓN DE HAUSDORFF. LA CLAUSURA DE LA ESFERA UNITARIA EN $\Sigma(X,X^*)$, EN UN ESPACIO NORMADO DE DIMENSIÓN INFINITA. • LA CLAUSURA DÉBIL DE UN CONJUNTO CONVEXO Y CERRADO (EN TOPOLOGÍA DE NORMA). TEOREMA DE BANACH-ALAOGLU. UN CRITERIO DE COMPACIDAD DE CONJUNTOS CERRADOS EN LA TOPOLOGÍA DÉBIL-* $\Sigma\ (X^*,X)$. • TEOREMA DE KAKUTANI (EL CRITERIO DE COMPACIDAD DE UNA BOLA UNITARIA EN LA TOPOLOGÍA DÉBIL $\Sigma(X,X^*)$). TEOREMA DE GOLDSTINE. • ESPACIOS LINEALES TOPOLÓGICOS LOCALMENTE CONVEXOS. PROPIEDADES DE SEPARACIÓN DE CONJUNTOS POR FUNCIONALES LINEALES CONTINUOS. CLAUSURA DÉBIL DE CONJUNTOS CONVEXOS. • TEOREMA DE CARATHEODORY. THEOREMA DE KREIN-MILMAN. • ESPACIO DE OPERADORES LINEALES CONTINUOS, SU COMPLETITUD. EL OPERADOR INDUCIDO [M]: X/KER M → Y, SU NORMA. PROPIEDADES DE LA IMAGEN R(M) = MX EN EL CASO CUANDO CODIM R(M) ES FINITA. EL OPERADOR CONJUGADO M*: Y* → X*, SU NORMA. OPERADOR LINEALES CERRADOS, EJEMPLOS. • EL PRINCIPIO DE BANACH DE APLICACIÓN ABIERTA. TEOREMA DE BANACH SOBRE EL OPERADOR INVERSO. TEOREMA SOBRE LA GRAFICA CERRADA, SUS APLICACIONES. • TEOREMA DE HELLINGER-TOEPLITZ. PROYECTORES Y SUS PROPIEDADES
Modalidad de evaluación	2 PRUEBAS, TAREAS SEMANALES, UNA EXPOSICION. LA NOTA FINAL SE CALCULARÁ PONDERANDO EN UN 70% EL PROMEDIO DE NOTAS DE DOS PRUEBAS, EN UN 15% EL PROMEDIO DE NOTAS DE 10-12 TAREAS Y EN UN 15% LA NOTA OBTENIDA EN LA EXPOSICION.
Bibliografía	• H. BREZIS, "FUNCTIONAL ANALYSIS, SOBOLEV SPACES AND PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS ». UNIVERSITEXT. SPRINGER, NEW YORK, 2011. • P.D. LAX, "FUNCTIONAL ANALYSIS, FIRST EDITION", JOHN WILEY & SONS, 2002