Termodinámica de agujeros negros con comportamiento asintótico no estándar. [1]

Moisés Felipe Bravo Gaete.

Tutor de Tesis: Doctor Mokhtar Hassaïne.

Instituto de Matemática y Física
Universidad de Talca

[1]Sostenido en parte por Beca Doctorado Nacional 2012-CONICYT N° 21120271.

Soluciones Clásicas.

Relatividad General:

$$G_{\mu\nu} := R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} = 8\pi G\, T_{\mu\nu}, \qquad S[g_{\mu\nu}, \psi] = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R + S_M.$$

Agujeros Negros Clásicos:

- Solución de Schwarzschild (en el vacío), [K. Schwarzschild, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlín, 189 (1916)].
- Solución de Reissner-Nordström (en presencia de un campo electromagnético), [H. Reissner, Ann. Phys. **59** (1916), G. Nordström, Proc. Kon. Ned. Akad. Wet. **20** (1918)].
- Solución de Kerr (rotante), [R. P. Kerr, Phys. Rev. Lett. **11**, 237 (1963)].
- Solución BTZ (en tres dimensiones con constante cosmológica $\Lambda < 0$), [M. Bañados, C. Teitelboim y J. Zanelli, Phys. Rev. Lett. **69**, 1849 (1992)].

Cargas conservadas y masa.

→ Para soluciones asintóticamente planas, las cargas conservadas (masa $\mathcal{M}^{E}_{ADM}$ y momento angular $\mathcal{J}^{E}_{ADM}$) están dadas por la fórmula ADM [R. Arnowitt, S. Deser y C. Misner, Phys. Rev. **116**, 1322 (1959)].

→ Para ecuaciones de segundo orden, formulación Hamiltoniana de Regge y Teitelboim ,[T. Regge, C. Teitelboim, Annals Phys. **88**, 286 (1974)].

→ Primera generalización de la masa ADM para la acción de Einstein-Hilbert+Λ (soluciones de agujero negro asintóticamente (A)dS),[L. F. Abbott y S. Deser, Nucl. Phys. B **195**, 76 (1982)]:

$$\lim_{\Lambda\to 0} \mathcal{M}^{E+\Lambda}_{ADT} = \mathcal{M}^{E}_{ADM}.$$

→ Extensión para agujeros negros asintóticamente (A)dS con correcciones cuadráticas, [S. Deser y B. Tekin, Phys. Rev. Lett. **89**, 101101 (2002), Phys. Rev. D **67**, 084009 (2003)]:

$$\mathcal{M}^{E+\Lambda+cuad}_{ADT} = {\color{blue}F(\beta_i, \Lambda, \kappa)}\, {\color{red}\mathcal{M}^{E+\Lambda}_{ADT}}.$$

Termodinámica de agujeros negros.

→ J. Bardeen, B. Carter y S. Hawking formularon cuatro leyes que gobiernan el comportamiento de los agujeros negros, [J. M. Bardeen, B. Carter y S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **31**, 161 (1973)].

→ Agujeros negros poseen una temperatura T bien definida, [S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975) [Erratum-ibid. **46**, 206 (1976)]]:

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}.$$

→ Un agujero negro posee una entropía $\mathcal{S}$ proporcional al área A del horizonte de eventos [J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D **7**, 2333 (1973)]:

$$\mathcal{S} = \frac{A}{4}.$$

→ Estamos interesados en la primera ley de la termodinámica, donde la variación de la masa $\mathcal{M}$, entropía $\mathcal{S}$ y momento angular $\mathcal{J}$ satisfacen:

$$\delta\mathcal{M} = T\delta\mathcal{S} + \Omega\delta\mathcal{J}.$$

Entropía de Wald [R. M. Wald, Phys. Rev. D **48**, 3427 (1993), V. Iyer y R. M. Wald, Phys. Rev. D **50**, 846 (1994)].

Dada una teoría Lagrangiana $\mathbf{L}(\phi)$ y un vector de Killing ξ:

- → Al variar $\mathbf{L}$, se obtiene $\delta\mathbf{L} = \mathbf{E}\delta\phi + d\Theta$, donde $\mathbf{E} = 0$ son las e.m. y Θ el término de superficie.
- → Se construye una corriente conservada $\mathbf{J}$, la cual es exacta si se satisfacen las e.m. ($\mathbf{J} = d\mathbf{Q}$) donde $\mathbf{Q}$ es el potencial de Noether.
- → Mediante $\delta\mathbf{J}$ se provee una estructura para definir el Hamiltoniano H. Si consideramos un horizonte de Killing bifurcado $\mathcal{C}$ (donde $\xi = 0$ en $\mathcal{C}$):

$$\delta H_\infty = \delta \int_{\mathcal{C}} \mathbf{Q} = \delta M - \Omega\delta\mathcal{J} = T\delta\mathcal{S},$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = -2\pi \int_{\mathcal{C}} \frac{\delta\mathbf{L}}{\delta R_{\mu\nu\sigma\rho}} \varepsilon_{\mu\nu}\varepsilon_{\sigma\rho},$$

donde $\varepsilon_{\mu\nu}$ es un vector binormal a $\mathcal{C}$, con $\varepsilon_{\mu\nu}\varepsilon^{\mu\nu} = -2$.

Objetivos principales de la tesis.

Identificar cargas conservadas siempre ha sido uno de las más importantes e interesantes problemas para la Relatividad General clásica:

$\rightarrow$ Considerar teorías gravitatorias (no) estándar en presencia de campos de materia.

$\rightarrow$ Encontrar nuevas soluciones de agujeros negros cuyo comportamiento asintótico pueden jugar un papel en la correspondencia AdS/CFT y su extensión en física no relativista (Lifshitz) .

$\rightarrow$ Estudiar la termodinámica de estas soluciones.

Problemas: El comportamiento asintótico no convencional de estas soluciones y/o teorías gravitatorias de orden superior $\Rightarrow$ explorar nuevos formalismos para encontrar la masa $\mathcal{M}$.

Correspondencia AdS/CFT [J. M. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 231 (1998), S. S. Gubser, I. R. Klebanov y A. M. Polyakov, Phys. Lett. B **428**, 105 (1998), E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 253 (1998)]

$\rightarrow$ Corresponde a una equivalencia entre una teoría cuántica de campos (sin gravedad) en D dimensiones y una teoría de cuerdas en un espacio AdS en dimensiones $> D$.

$\rightarrow$ Se inicia con una teoría de campos en $D = 4$ y se considera una teoría de cuerdas en $D = 5$. La simetría de Poincaré en dimensión cuatro $\Rightarrow$

$$ds^2 = F(r)^2[-dt^2 + d\vec{x}^2 + dr^2].$$

$\rightarrow$ Si la teoría de campos es invariante conforme $\Rightarrow (t, \vec{x}) \rightarrow \lambda(t, \vec{x}), \quad r \rightarrow \lambda r$ $\Rightarrow$ este escalamiento deber ser una isometría de la métrica

$$ds^2_{AdS_5} = \frac{l^2}{r^2}[-dt^2 + d\vec{x}^2 + dr^2].$$

$\rightarrow$ Coincidencia entre una Teoría Cuántica de Campos Conforme en dimensión cuatro y la geometría del espacio tiempo AdS_5.

Versión no relativista de la correspondencia AdS/CFT.

→ Existen teorías de campos conformes no relativista experimentalmente accesibles ⇒ tales como en la física de materia condensada ⇒ teorías de campos fuertemente acopladas con escalamiento anisotrópico

$$t \to \widetilde{\lambda}^z t, \qquad \vec{x} \to \widetilde{\lambda}\vec{x},$$

z : exponente dinámico.

→ Su métrica gravitatoria dual ⇒ el espacio-tiempo de Lifshitz:

$$ds_L^2 = -r^{2z}dt^2 + \frac{dr^2}{r^2} + r^2 d\vec{x}^2.$$

→ Generalización de la geometría de Lifshitz ⇒ *hyperscaling violation metric*:

$$ds_H^2 = \frac{1}{r^{\frac{2\theta}{D-2}}}\Big[-r^{2z}dt^2 + \frac{dr^2}{r^2} + r^2 d\vec{x}^2\Big].$$

θ : *hyperscaling violation exponent.*

Teorías más allá de la acción de Einstein-Hilbert.

$\rightarrow$ Inclusión de términos de curvatura superior (ecuaciones de segundo orden), [**C. Lanczos, Annals Math. 842 (1938) , D. Lovelock, J. Math. Phys. 12, 498 (1971)**]:

$$I_k = -\frac{1}{2k(D-3)!}\int \sum_{p=0}^{k} \frac{C_p^k}{(D-2p)}\, L^{(p)}, \qquad 1 \leq k \leq [(D-1)/2].$$

$$L^{(0)} = 1, \quad L^{(1)} = R, \quad L^{(2)} = R^2 - 4\, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\alpha\beta\mu\nu}R^{\alpha\beta\mu\nu}, \ldots$$

- En dimensión D impar y $k = (D-1)/2 \Rightarrow$ teorías de Chern-Simons.
- Soluciones de agujeros negros para teorías de Chern-Simons, [M. Bañados, C. Teitelboim y J. Zanelli, Phys. Rev. D **49**, 975 (1994)].
- Soluciones de agujeros negros para k arbitrario, [J. Crisostomo, R. Troncoso y J. Zanelli, Phys. Rev. D **62**, 084013 (2000), R. Aros, R. Troncoso y J. Zanelli, Phys. Rev. D **63**, 084015 (2001)].

Teorías más allá de la acción de Einstein-Hilbert.

→ Teorías gravitatorias de orden superior (correcciones de curvaturas cuadráticas):

$$S[g_{\mu\nu}] = \frac{1}{2\kappa}\int d^Dx\sqrt{-g}\left[R - 2\Lambda + \beta_1 R^2 + \beta_2 R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + \beta_3 R_{\mu\nu\sigma\rho}R^{\mu\nu\sigma\rho}\right].$$

→ **En general:** Las ecuaciones de movimiento son de cuarto orden.

- En $D = 3$ con $\beta_3 = 0$ y $\beta_1 = -\frac{3}{8}\beta_2 \Rightarrow$ *New Massive Gravity*, [E. A. Bergshoeff, O. Hohm y P. K. Townsend, Phys. Rev. Lett. **102**, 201301 (2009)].
- Renormalización, [K. S. Stelle, Phys. Rev. D **16**, 953 (1977)].
- Gravedad crítica, [H. Lu y C. N. Pope, Phys. Rev. Lett. **106**, 181302 (2011)].

Teorías de gravedad (no) estándar con campos de materia.

→ Nuestros objetivos corresponden a acoplar estas teorías gravitatorias (no) estándar con una fuente de materia dada por un campo de spin 0, un campo escalar.

→ Para $D = 4$, en analogía a los trabajos de Lanczos y Lovelock, Horndeski construye una teoría de gravedad con un campo escalar más general que da lugar a ecuaciones de segundo orden, [G. W. Horndeski, Int. J. Theor. Phys. **10**, 363 (1974)].

→ Acción de Horndeski:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\Big[K(X,\Phi) - G^{(3)}(X,\Phi)\,\Box\Phi + G^{(4)}_{,X}\Big((\Box\Phi)^2 - (\nabla\nabla\Phi)^2\Big) + R\,G^{(4)}(X,\Phi)$$
$$-\frac{1}{6}\,G^{(5)}_{,X}\Big((\Box\Phi)^3 - 3\,\Box\Phi\,(\nabla\nabla\Phi)^2 + 2\,(\nabla\nabla\Phi)^3\Big) + G_{\mu\nu}\nabla^{\mu}\nabla^{\nu}\Phi\,G^{(5)}(X,\Phi)\Big],$$

donde:

$$X = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi, \qquad G^{(n)}_{,X} = \frac{\partial G^{(n)}}{\partial X}, \qquad (\nabla\nabla\Phi)^2 = (\nabla_\mu\nabla_\nu\Phi)\,(\nabla^\mu\nabla^\nu\Phi)\,,$$
$$(\nabla\nabla\Phi)^3 = (\nabla_\mu\nabla_\nu\Phi)\,(\nabla^\mu\nabla^\rho\Phi)\,(\nabla_\rho\nabla^\nu\Phi)\,.$$

Casos particulares.

- $\rightarrow$ Acción de Einstein-Hilbert para $G^{(4)} = 1$.
- $\rightarrow$ Acoplamiento no minimal a la curvatura escalar de la forma $f(\Phi)R$ con $G^{(4)} = f(\Phi)$.
- $\rightarrow$ Acoplamiento derivativo no minimal $G_{\mu\nu}\partial^\mu\Phi\partial^\nu\Phi$ con $G^{(5)} \propto \Phi$ e integración por partes.
- $\rightarrow$ En el caso de la simetría $\Phi \rightarrow \Phi + \text{const}$ (*shift symmetry*) , las ecuaciones de movimiento respecto de Φ es una ecuación de corriente conservada $\nabla_\mu J^\mu = 0$.
- $\rightarrow$ La no linealidad hace difícil encontrar soluciones analíticas exactas.
- $\rightarrow$ Existen teoremas de no-pelo para el caso de la acción de Horndeski con *shift symmetry*,[L. Hui y A. Nicolis, Phys. Rev. Lett. **110**, 241104 (2013)].

Acoplamiento no minimal a la curvatura escalar $R\Phi^2$.

$$S=\int d^Dx\sqrt{-g}\left[\frac{R-2\Lambda}{2\kappa}+L_{k>1}\right]-\int d^Dx\,\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi+\frac{\xi}{2}R\Phi^2+U(\Phi)\right],$$

donde $L_{k>1}$ es el Lagrangiano de Lovelock para $k>1$.

- $\rightarrow$ Para $D=3$ con $\Lambda\neq 0$, $L_{k>1}=0=U(\Phi)$ y $\xi_{conf}=1/8$, solución MZ [C. Martinez y J. Zanelli, Phys. Rev. D **54**, 3830 (1996)].
- $\rightarrow$ Para $D=4$ con $\Lambda=0=U(\Phi)=L_{k>1}$ y $\xi_{conf}=1/6$, solución BBMB [N. M. Bocharova, K. A. Bronnikov y V. N. Melnikov, Vestn. Mosk. Univ. Fiz. Astron. **6** (1970) 706, J. D. Bekenstein, Annals Phys. **82**, 535 (1974)]. **Patología:** El campo escalar Φ diverge en el horizonte de eventos.
- $\rightarrow$ Esto se soluciona adicionando Λ ,$U(\Phi)\propto\Phi^4$ y $\xi_{conf}=1/6$ con topología esférica o hiperbólica [C. Martínez, R. Troncoso y J. Zanelli, Phys. Rev. D **67**, 024008 (2003), C. Martínez, J. P. Staforelli y R. Troncoso, Phys. Rev. D **74**, 044028 (2006)].
- $\rightarrow$ Para $D>4$ y $L_{k>1}\neq 0 \Rightarrow$ soluciones de agujeros negros para $\xi\neq\xi_{conf}$ con topología planar (supercond. no convencionales) [M. Bravo Gaete y M. Hassaïne, Phys. Rev. D **88**, 104011 (2013), JHEP **1311**, 177 (2013), F. Correa y M. Hassaine, JHEP **1402**, 014 (2014)].

Acoplamiento con el tensor de Einstein $G_{\mu\nu}\partial^{\mu}\Phi\partial^{\nu}\Phi$.

$$S = \int \sqrt{-g}\, d^D x \left[\frac{R-2\Lambda}{2\kappa} - \frac{1}{2} \left(\alpha g_{\mu\nu} - \eta G_{\mu\nu} \right) \partial^{\mu}\Phi\partial^{\nu}\Phi \right].$$

→ Para $D = 4$, este modelo fue considerado donde una manera de eludir el teorema de no pelo (Hui y Nicolis) es tomar $\Phi(t,r) = qt + \psi(r)$ [E. Babichev y C. Charmousis, JHEP **1408**, 106 (2014)].

→ Agujeros negros asintóticamente Lifshitz en D dimensiones con un campo escalar no estático $\Phi(t,r)$ y exponente dinámico $z = 1/3$ [M. Bravo Gaete y M. Hassaïne, Phys. Rev. D **89**, 104028 (2014)].

→ En $D = 3$ hay 3 cosas interesantes [M. Bravo Gaete y M. Hassaïne, Phys. Rev. D **90**, 024008 (2014)]:

- Para escapar del teorema de no pelo, Φ no necesariamente depende del tiempo.
- El tensor $T_{\mu\nu} \sim \Lambda_{eff}\, g_{\mu\nu} \Rightarrow$ la geometría es BTZ.
- La ausencia de dependencia temporal de $\Phi \Rightarrow$ permite estudiar la termodinámica.

Teorías gravitatorias de orden superior con un campo escalar no mínimamente acoplado.

→ Estamos interesados en encontrar y estudiar agujeros negros de Lifshitz.

→ En contraste con AdS, los espaciotiempo de Lifshitz no son soluciones de la RG. Necesitamos adicionar fuentes extra de materia y/o teorías gravitatorias de orden superior:

- Campos de Proca [D. W. Pang, JHEP **1001**, 116 (2010)].
- Electrodinámicas no-lineales [A. Alvarez, E. Ayón-Beato, H. González y M. Hassaïne, JHEP **1406**, 041 (2014)].
- Correcciones de curvatura cuadráticas en $D = 3$ (*New Massive Gravity*) [E. Ayón-Beato, A. Garbarz, G. Giribet y M. Hassaïne, Phys. Rev. D **80**, 104029 (2009)] y dimensión D arbitraria [E. Ayón-Beato, A. Garbarz, G. Giribet y M. Hassaïne, JHEP **1004**, 030 (2010)].

→ En particular:

$$S = \frac{1}{2\kappa}\int d^Dx\sqrt{-g}\left[R - 2\Lambda + \beta_1 R^2 + \beta_2 R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + \beta_3 R_{\mu\nu\sigma\rho}R^{\mu\nu\sigma\rho}\right]$$

$$-\int d^Dx\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi + \frac{\xi}{2}R\Phi^2 + U(\Phi)\right] - \frac{1}{4}\int d^Dx\sqrt{-g}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}.$$

Teorías gravitatorias de orden superior con un campo escalar no mínimamente acoplado.

Problemas: A pesar que existen A.N. de Lifshitz en la literatura $\Rightarrow$ en general es difícil calcular la masa $\mathcal{M}$ (inclusión de términos de orden superior y comportamiento asintótico).

Ejemplos:

$\rightarrow$ Incluso en el caso AdS:

1. Para una teoría Einstein-Gauss-Bonnet genérica:

$$f(r) \sim \Lambda_\pm r^2 - \frac{\mu_\pm}{r^{D-3}} \Rightarrow \mathcal{M}_{ADT}^{E+\Lambda+cuad} < \infty.$$

2. Para única sol. max. simétrica ($\Lambda_+ = \Lambda_- = \Lambda$):

$$f(r) \sim \Lambda r^2 - \frac{\mu}{r^{\frac{D-5}{2}}} \Rightarrow \text{decaimiento más lento} \Rightarrow \mathcal{M}_{ADT}^{E+\Lambda+cuad} = 0 \times \infty.$$

Mediante formalismo Hamiltoniano $\mathcal{M}_{ADT}^{E+\Lambda+cuad} < \infty$ [J. Crisostomo, R. Troncoso y J. Zanelli, Phys. Rev. D **62**, 084013 (2000)].

Teorías gravitatorias de orden superior con un campo escalar no mínimamente acoplado.

$\rightarrow$ Para la solución de A.N. de Lifshitz con $z = 3$ (NMG) [E. Ayón-Beato, A. Garbarz, G. Giribet y M. Hassaïne, Phys. Rev. D **80**, 104029 (2009)]:

1. Método ADT [D. O. Devecioglu y O. Sarioglu, Phys. Rev. D **83**, 021503 (2011)] :

$$\mathcal{M}_{ADT}^{E+\Lambda+cuad} = \frac{7M^2}{8G} \Rightarrow \text{No satisface la Primera Ley.}$$

2. **Otros formalismos:** *boundary stress tensor* [O. Hohm y E. Tonni, JHEP **1004**, 093 (2010)] y cuasilocal [Y. Gim, W. Kim y S. -H. Yi,JHEP **1407**, 002 (2014)] entregan

$$\mathcal{M} = \frac{M^2}{4G} \Rightarrow \delta\mathcal{M} = T\delta\mathcal{S}.$$

Formalismo cuasilocal [W. Kim, S. Kulkarni y S. H. Yi, Phys. Rev. Lett. **111**, 081101 (2013)].

→ Consideremos la acción S en dimensión D arbitraria:

$$S[g_{\mu\nu}, \psi] = \int d^D x \sqrt{-g}\, L[g_{\mu\nu}, R, R_{\mu\nu}, \ldots, \psi, \nabla_\mu \psi, \ldots],$$

la corriente *off-shell* para un difeomorfismo ξ general viene dado por

$$J^\mu \equiv \partial_\nu K^{\mu\nu} = 2\sqrt{-g}\left(\mathcal{E}^{\mu\nu} - \kappa T^{\mu\nu}\right)\xi_\nu + \xi^\mu \sqrt{-g}\, L - \Theta^\mu,$$

donde $\mathcal{E}^{\mu\nu} = 0$ son las e.m. respecto a la sección gravitatoria, $T^{\mu\nu}$ el tensor de energía-momento, Θ^μ el término de superficie y $K^{\mu\nu}$ el potencial de Noether *off-shell*.

→ En el formalismo ADT, se comienza con una sol. de las e.m. y se linealiza $\Rightarrow$ corriente conservada *on-shell* $\mathfrak{J}^\mu = \delta\mathcal{E}^{\mu\nu}\xi_\nu$ y potencial *on-shell* $Q^{\mu\nu}$ tal que $\nabla_\mu Q^{\mu\nu} = \mathfrak{J}^\mu$.

→ $\mathfrak{J}^\mu$ se puede promover a una corriente conservada *off-shell* con su potencial *off-shell* $Q^{\mu\nu}_{ADT}$ $\Rightarrow$ relación entre los potenciales $K^{\mu\nu}$ y $Q^{\mu\nu}_{ADT}$:

$$\sqrt{-g}\, Q^{\mu\nu}_{ADT} = \frac{1}{2}\,\delta K^{\mu\nu} - \xi^{[\mu}\Theta^{\nu]}.$$

Formalismo cuasilocal [W. Kim, S. Kulkarni y S. H. Yi, Phys. Rev. Lett. **111**, 081101 (2013)].

1. Derivación *off-shell*; la métrica no necesita ser una solución de las e.m.
2. La relación puede ser usada como una definición del potencial $Q^{\mu\nu}_{ADT}$.
3. Para superar la dificultad en el infinito, se introduce un camino uniparamétrico en la sol. como $s\mathcal{Q}$, con $s \in [0,1]$, e integrando en la región interior.

La carga conservada es:

$$Q(\xi) = \int d^{D-2}x_{\mu\nu} \left[\Delta K^{\mu\nu}(\xi) - 2\xi^{[\mu} \int_0^1 ds\ \Theta^{\nu]} \right],$$

donde $\Delta K^{\mu\nu}$ representa la diferencia finita entre dos puntos extremos del camino y $d^{D-2}x_{\mu\nu}$ es la integración sobre el espacio de co-dimensión 2.

Modelo estudiado y motivaciones [E. Ayón-Beato, M. Bravo , F. Correa, M. Hassaïne, M. M. Juárez-Aubry y J. Oliva, Phys. Rev. D **91**, 064006 (2015); M. Bravo y M. Hassaïne, Phys. Rev. D **91**, 064038 (2015)].

Motivaciones:

(i) Encontrar nuevos A.N. de Lifshitz para ampliar el espacio de soluciones.

(ii) Calcular la masa $\mathcal{M}$ mediante el formalismo cuasilocal (corrobando la primera ley).

(iii) En $D = 3$, corroborar la fórmula de Cardy anisotrópica (el estado base corresponde al solitón).

Ingredientes para realizar estas tareas:

1. Las tareas (ii) y (iii) se han realizado satisfactoriamente para A.N. de Lifshitz con $z = 3$ (NMG) en $D = 3$.
2. Campos escalares no mín. acopl. son un buen laboratorio para evadir teoremas de no-pelo [C. Martinez y J. Zanelli, Phys. Rev. D **54**, 3830 (1996); C. Martinez, R. Troncoso y J. Zanelli, Phys. Rev. D **67**, 024008 (2003); A. Anabalon y A. Cisterna, Phys. Rev. D **85**, 084035 (2012)].
3. Se extiende el rango del exponente dinámico en NMG si se considera un campo escalar no mín. acopl. [F. Correa, M. Hassaine y J. Oliva, Phys. Rev. D **89**, 124005 (2014)].

Modelo estudiado y motivaciones [E. Ayón-Beato, M. Bravo , F. Correa, M. Hassaïne, M. M. Juárez-Aubry y J. Oliva, Phys. Rev. D **91**, 064006 (2015)].

La acción que consideramos está dada por:

$$S = \frac{1}{2\kappa}\int d^3x\sqrt{-g}\left[R - 2\Lambda - \frac{1}{m^2}\left(R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} - \frac{3}{8}R^2\right)\right] - \int d^3x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\nabla_\mu\Phi\nabla^\mu\Phi + \frac{\xi}{2}R\Phi^2 + U(\Phi)\right],$$

→ Se descubren tres familias de A.N. de Lifshitz:
- Exponente dinámico z genérico $(U(\Phi) = \sigma_1\Phi^2 + \sigma_2\Phi^4)$.
- $z = 3$ y ξ genérico $(U(\Phi) = \alpha_1\Phi^2 + \alpha_2\Phi^4)$.
- $z = 3$ y $\xi = 3/20$ $(U(\Phi) = \delta_1\Phi^2 + \delta_2\Phi^4 + \delta_3\Phi^3)$.

→ Poseen entropía $\mathcal{S}_W$ y temperatura T no nula.

→ Mediante el método cuasilocal ⇒ se calcula la masa $\mathcal{M}$ ⇒ $\delta\mathcal{M} = T\delta\mathcal{S}_W$.

→ Fórmula de Smarr:

$$\mathcal{M} = \frac{1}{z+1}T\mathcal{S}_W \quad \text{versión } 3D \text{ de} \quad \mathcal{M} = \frac{D-2}{z+D-2}T\mathcal{S}_W.$$

Fórmula de Cardy anisotrópica [H. A. Gonzalez, D. Tempo y R. Troncoso, JHEP **1111**, 066 (2011)].

→ Teorías de campos en $2D$. $Lif_z \approx Lif_{z^{-1}} \Rightarrow$ Equivalencia entre la función de partición a baja y alta temperatura $T = \beta^{-1}$:

$$Z[\beta] = Z[\beta_s] = Z\left[(2\pi l)^{1+\frac{1}{z}}\beta^{-\frac{1}{z}}\right].$$

→ A.N. asintóticamente Lifshitz Euclidianos con (β^{-1}, z, l) son difeomorfos a solitones de Lifshitz Euclidianos con $(\beta_s^{-1}, z^{-1}, lz^{-1})$.

→ Crecimiento asintótico del número de estados con una energía fija Δ:

$$\rho(\Delta) \sim \frac{1}{2\pi i}\int d\beta e^{(2\pi l)^{1+\frac{1}{z}}\beta^{-\frac{1}{z}}\Delta_0+\beta\Delta},$$

donde el estado base (solitón) tiene masa $\Delta_0 < 0$.

→ En la aproximación del punto silla, la entropía adquiere la forma:

$$S = 2\pi l(z+1)\left[\left(\frac{\Delta_0}{z}\right)^z\Delta\right]^{\frac{1}{z+1}} \Rightarrow \Delta = \frac{1}{z}(2\pi l)^{1+\frac{1}{z}}\Delta_0 T^{1+\frac{1}{z}}.$$

Verificación mediante el formalismo cuasilocal.

Para cada uno de los agujeros negros de Lifshitz con exponente dinámico z y longitud característica l:

- $\rightarrow$ Se construye su pareja solitónica con z^{-1} y $z^{-1}l$ mediante una rotación de Wick doble.
- $\rightarrow$ Mediante el formalismo cuasilocal y un difeomorfismo apropiado, calculamos la masa de cada uno de estos solitones (Δ_0).
- $\rightarrow$ Comprobamos la validez de la fórmula de Cardy anisotrópica.

Modelo estudiado y motivaciones [M. Bravo y M. Hassaïne, Phys. Rev. D **91**, 064038 (2015)].

La acción a considerar es de la forma:

$$S = \frac{1}{2\kappa}\int d^D x\sqrt{-g}\left(R - 2\Lambda + \beta_1 R^2 + \beta_2 R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta} + \beta_3 R_{\alpha\beta\mu\nu}R^{\alpha\beta\mu\nu}\right) - \frac{1}{4}\int d^D x\sqrt{-g}\,F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta},$$

Motivaciones: Explorar el formalismo cuasilocal para agujeros negros de Lifshitz cargados.

- $\rightarrow$ Se descubren cuatro familias de estas soluciones, dos de ellas con un exponente dinámico z genérico.
- $\rightarrow$ Por medio del método cuasilocal $\Rightarrow$ calculamos sus respectivas masas $\mathcal{M}$ $\Rightarrow$ $\delta\mathcal{M} = T\delta S_W + \mu\delta\mathcal{Q}$.
- $\rightarrow$ Tres de estas soluciones son interpretadas como extremales ($\mathcal{M} = 0$, mientras que $\mathcal{Q} \neq 0$).
- $\rightarrow$ Fórmula de Smarr:

$$\mathcal{M} = \frac{1}{4}\left(T\mathcal{S}_W + \mu\mathcal{Q}\right).$$

- M. Bravo Gaete y M. Hassaïne, *Topological black holes for Einstein-Gauss-Bonnet gravity with a nonminimal scalar field*, Phys. Rev. D **88**, 104011 (2013) [arXiv:1308.3076 [hep-th]].
- M. Bravo Gaete y M. Hassaïne, *Planar AdS black holes in Lovelock gravity with a nonminimal scalar field*, JHEP **1311**, 177 (2013) [arXiv:1309.3338 [hep-th]].
- M. Bravo Gaete y M. Hassaïne, *Lifshitz black holes with a time-dependent scalar field in Horndeski theory*, Phys. Rev. D **89**, 104028 (2014) [arXiv:1312.7736 [hep-th]].
- M. Bravo Gaete y M. Hassaïne, *Thermodynamics of a BTZ black hole solution with an Horndeski source*, Phys. Rev. D **90**, 024008 (2014) [arXiv:1405.4935 [hep-th]].
- E. Ayón-Beato, M. Bravo Gaete, F. Correa, M. Hassaïne, M. M. Juárez-Aubry y J. Oliva, *First law and anisotropic Cardy formula for three-dimensional Lifshitz black holes*, Phys. Rev. D **91**, 064006 (2015) [arXiv:1501.01244 [gr-qc]].
- M. Bravo Gaete y M. Hassaïne, *Thermodynamics of charged Lifshitz black holes with quadratic corrections*, Phys. Rev. D **91**, 064038 (2015) [arXiv:1501.03348 [hep-th]].