



Coloquio Inst-Mat

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Campus Lircay S/N, Talca-Chile

Sobre métodos variacionales para dos problemas no estándar en análisis.

Andrés Zúñiga*

Instituto de Ciencias de la Ingeniería

Universidad de O'Higgins

Rancagua, Chile

Abstract

Esta charla presenta métodos variacionales en dos problemas donde las herramientas elípticas estándar (principio del máximo, truncaciones por signo y compactidad rutinaria) no están disponibles. La idea unificadora es partir de un funcional de energía con una restricción natural y luego probar existencia u optimalidad aguda reemplazando los mecanismos clásicos faltantes por alternativas estructurales.

Primero, estudiamos un problema de Dirichlet no local y cuasilineal construido a partir del gradiente fraccionario y la divergencia fraccionaria. Como el operador no local acopla las partes positiva y negativa, la no negatividad no se obtiene con el argumento usual de testeo; en su lugar, la teoría de puntos críticos se desarrolla sobre el cono de funciones no negativas. Bajo forzamiento pequeño, una condición espectral de *pendiente pequeña* cerca del origen y supuestos adecuados de crecimiento en el infinito, se obtiene un minimizador no negativo y, en un régimen de tipo paso de montaña, una segunda solución no negativa, con compacidad provista por un esquema refinado tipo Palais-Smale y por la monotonía del mapa difusivo.

Segundo, tratamos un problema de capilaridad anisotrópica con densidad fuera de un obstáculo convexo, donde el *volumen* se mide mediante una medida volumen-divergencia inducida por la densidad y el vector posición. La energía superficial es anisotrópica, determinada por una gauge y su forma de Wulff. Los minimizadores son explícitos: formas de Wulff truncadas (caps de Wulff) con volumen-divergencia prescrito, y el caso de igualdad es rígido. La demostración combina una identidad por el teorema de la divergencia para el cap modelo con un argumento tipo Alexandrov-Bakelman-Pucci usando un problema auxiliar de Neumann y estimaciones de subdiferenciales ponderadas.

Ambos trabajos fueron realizados junto a:

Lisbeth Carrero¹

Alexander Quaas²

*e-mail: andres.zuniga@uoh.cl

¹Parcialmente financiado por ANID Fondecyt Postdoctorado 3240062, e-mail: lisbeth.carrero@postdoc.uoh.cl
Instituto de Ciencias de la Ingeniería, Universidad de O'Higgins (UOH)

²e-mail: alexander.quaas@usm.cl

Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María (USM)