Coloquio Inst-Mat

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Campus Lircay S/N, Talca-Chile

Una caracterización de los polinomios de volumen de permutaedros.

Damián de la Fuente*

LAMFA, Université de Picardie Jules Verne.

Abstract

En un trabajo reciente junto a F. Castillo, N. Libedinsky y D. Plaza, descubrimos la siguiente conexión: la cantidad de elementos en ciertos intervalos de Bruhat en grupos de Weyl afines se puede expresar utilizando los volúmenes de las distintas caras del permutaedro.

Estos volúmenes se comportan como polinomios, y en su conjunto generan un espacio vectorial con propiedades muy particulares. Esto nos llevó a plantearnos una pregunta natural: ¿qué hace especiales a estos polinomios y cómo podemos caracterizar exactamente cuáles pertenecen a este espacio?

En esta charla, respondemos precisamente a esta pregunta. Para ello, introduciremos el espacio de polinomios $\Delta(M)$ asociado a una matriz cuadrada M cualquiera, compuesto por los polinomios $p(x_1, \ldots, x_n)$ tales que la diferencia $p(x-M_i)-p(x)$ no depende de la variable x_i para todo i, donde M_i es la i-ésima fila de M.

Veremos que, cuando M es una matriz de Cartan, recuperamos exactamente el espacio generado por los volúmenes del permutaedro. Además, presentaremos nuestro resultado principal: demostramos que este espacio tiene dimensión finita (exactamente 2^n, donde n es el orden de la matriz) si y solo si M cumple una condición genérica sobre sus menores principales. Finalmente, discutiremos de manera intuitiva las ideas detrás de esta demostración y sus implicaciones geométricas.

Este es un trabajo conjunto con Tristram Bogart, Federico Castillo y David Plaza.

*e-mail: damiandlfa@gmail.com